

# 移動荷重을 받는 橋樑의 振動制御 Vibration Control of Bridges Subject to Moving Loads

°권호철<sup>1</sup>, 이인원<sup>2</sup>

## 1. 서론

최근들어 운송수단이 대형화, 고속화되고 장경간 교량의 가설이 증가함에 따라 이동하중에 관련된 문제의 중요성이 증대되고 있다. 이동하중의 동적효과는 정적하중에 비해 교량내부의 최대응력을 과도하게 증가시켜 구조물의 안전문제를 야기시킬 수 있으며, 또한 교량진동에 의한 과도한 처짐으로 인한 피로의 효과를 증대시키고 구조물의 사용성을 저하시키게 된다. 최근 고속전철의 건설로 인하여 이러한 문제의 중요성이 더욱 커지고 있는 상황이다. 따라서 이러한 문제의 해결을 위하여 교량 진동제어의 필요성이 존재하나 이와 관련된 연구는 그 중요성과는 달리 이루어지지 않고 있는 상황이다. 실제 교량의 거동은 구조물과 차량의 제원 및 역학적 특성을 포함하는 여러 인자들에 의해 영향을 받으며, 이러한 많은 요소를 고려하여 교량의 거동을 파악하는 것은 그리 쉬운 일이 아니다. 따라서 본 논문은 이러한 인자들을 고려하여 교량의 거동을 파악한 후 진동제어의 효율성을 해석적·수치적으로 입증하는데 있다.

## 2. 이동하중을 받는 교량의 거동

### 2.1 단일하중 및 연행하중을 받는 단경간 교량의 거동

단순지지보에 한개의 하중이 통과할 경우의 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + 2m\omega_b \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = \delta(x-vt) P \quad (1)$$

여기서  $E$ 는 탄성계수,  $I$ 는 관성모멘트,  $m$ 은 단위길이당 질량,  $\omega_b$ 는 감쇠 주파수,  $v$ 는 차량의 속도를 나타내며 (1)식에 단순지지보의 초기조건과 경계조건을 도입하면 단일하중에 대한 해를 구할 수 있다.

$$y(x,t) \approx y_0 \sum_{j=1}^{\infty} \sin \frac{j\pi x}{l} \frac{1}{j^2(j^2 - \alpha^2)} \left( \sin j\omega t - \frac{\alpha}{j} e^{-\omega_b t} \sin \omega_j t \right) + \sum_{j=1}^{\infty} \exp(-\omega_b t) \left( T(0) \cos \omega_{Dj} t + \frac{(\omega_b T(0) + \dot{T}(0))}{\omega_{Dj}} \sin \omega_{Dj} t \right) \quad (2)$$

여기에서  $y_0$ 는 정적하중  $P$ 가 작용할 경우 중앙점에서의 처짐을 나타내며  $\omega_j$ 는 단순지지보의 고유진동수,  $\omega_{Dj}$ 는 감쇠 고유진동수이며  $\omega$ 와  $\alpha$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\omega = \frac{\pi v}{l}, \quad \alpha = \frac{v}{2f_1 l} \quad (3)$$

$f_1$ 은 구조물의 첫번째 주파수이고 속도매개변수(speed parameter)로 불리는  $\alpha$ 는 차량의 속도를 정의해 주는 양으로서 일반적으로 0.5일때 중앙점 근처에서 최대변위가 발생한다.[1] 식(2)는 두개의

<sup>1</sup> : 한국과학기술원 토목공학과 석사과정

<sup>2</sup> : 한국과학기술원 토목공학과 교수

항으로 구성되어 있으며 앞항은 외력에 의한 강제진동을 나타내며 뒤항은 하중이 보를 통과하는 순간의 변위( $T(0)$ )와 속도( $\dot{T}(0)$ )를 초기값으로 하는 자유진동을 의미한다.

단경간 교량에 연행하중이 작용하는 경우 일정한 시간지연(time delay)을 갖고 보에 연속적으로 하중이 작용하는 것이므로 식(1)에서 하중을 나타내는 오른쪽 항에 이를 고려하여 해를 구할 수 있다. 이는 단일하중에 의한 해인 식(2)를 선형 조합하여 구할 수 있다.

$$y(x,t) \approx y_0 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{\infty} \sin \frac{j\pi x}{l} \frac{1}{j^2(j^2 - \alpha_j^2)} \left( \sin j\omega_j \langle t - t_i \rangle^1 - \frac{\alpha_j}{j} e^{-\omega_j \langle t - t_i \rangle^1} \sin \omega_j \langle t - t_i \rangle^1 \right) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{\infty} \exp(-\omega_{Dj} \langle t - t_i \rangle^1) \left( T(0) \cos \omega_{Dj} \langle t - t_i \rangle^1 + \frac{(\omega_{Dj} T(0) + \dot{T}(0))}{\omega_{Dj}} \sin \omega_{Dj} \langle t - t_i \rangle^1 \right) \quad (4)$$

여기서  $N$ 은 연행하중의 갯수이며 시간지연을 갖는 연행하중을 나타내기 위하여 Macaulay 함수를 사용하였는데 그 특징은 아래와 같다.

$$\langle t - t_i \rangle^1 = \begin{cases} 0 & t \leq t_i \\ (t - t_i) & t \geq t_i \end{cases} \quad (5)$$

## 2.2 고속전철하중 통과시 실제 교량의 거동

### 2.2.1 고속전철하중의 제원

고속전철하중은 우리나라에 도입이 결정된 프랑스의 TGV로 하였다. TGV는 크게 기관차 부분과 객차부분으로 구성되어 있으며 아래의 그림에서와 같이 총 10량으로 구성된 정적하중 모델을 사용하였다. (단위 ton, m)

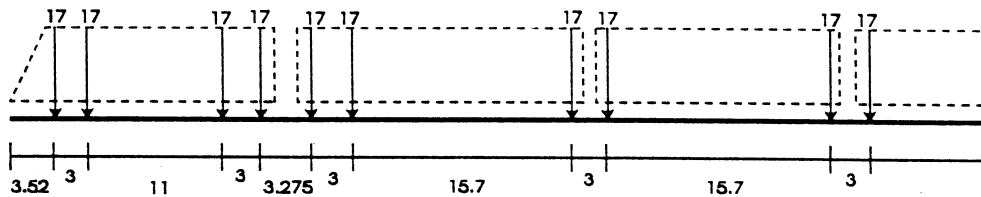


그림 1. TGV 고속전철 제원

### 2.2.2 교량의 제원

해석에 사용된 교량은 경부고속철도 제5-3공구에 건설될 3경간 연속 PC BOX교인 금강제2교로서 전체제원, 단면 형상과 물성치는 아래와 같다.

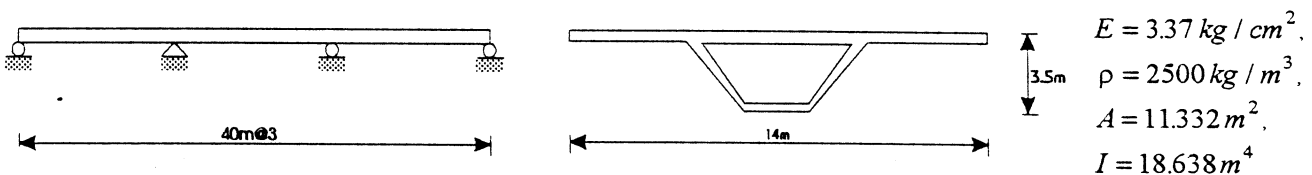


그림 2. 교량의 제원

### 2.2.3 속도에 따른 응답특성

3경간 교량의 고유진동수와 모우드 형상은 다음과 같이 주어진다.

$$\omega_i = \left( \frac{\lambda_i}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad \lambda_i = \pi, 3.5564, 4.2975, 4.7300, 2\pi, \dots \quad (6)$$

$$X_{ir}(x_r) = A_{ir} \cos \beta_{ir} x_r + B_{ir} \sin \beta_{ir} x_r + C_{ir} \cosh \beta_{ir} x_r + D_{ir} \sinh \beta_{ir} x_r \quad (7)$$

여기에서 적분상수  $A_{ir}, B_{ir}, C_{ir}, D_{ir}$ 는 각 모드와 경간별로 주어지며 각경간의 경계조건을 고려하여 결정된다. 하중이 가해지는 경우의 동적응답은 아래의 식(8)과 같이 얻어진다.

$$y(x_r, t_s) = \sum_{i=1}^{\infty} X_{ir}(x_r) [\Phi_{is}(t_s) + \Psi_{is}(t_s)] \quad (8)$$

여기에서  $y(x_r, t_s)$ 는 s번째 경간에 하중이 작용할 경우 r번째 경간에서의 응답을 나타내며  $\Phi_{is}(t_s)$ 는 외력에 의한 강제진동을  $\Psi_{is}(t_s)$ 는 초기값에 의한 자유진동을 나타낸다.

$$\Phi_{is}(t_s) = \frac{P}{m_r M_i^2 \omega_{Di}} \int_0^{t_s} X_{is}(c\tau) \exp[-\omega_b(t_s - \tau)] \sin \omega_{Di}(t_s - \tau) d\tau \quad (9)$$

$$\Psi_{is}(t_s) = \exp(-\omega_b t_s) \left( T_{is}(0) \cos \omega_{Di} t_s + \frac{(\omega_b T_{is}(0) + \dot{T}_{is}(0))}{\omega_{Di}} \sin \omega_{Di} t \right) \quad (10)$$

이때  $M_i^2, T_{is}(0), \dot{T}_{is}(0)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$M_i^2 = \int_0^L X_i^2 dx \quad (11)$$

$$T_{is}(0) = \Phi_{i,s-1} \left( \frac{l_{s-1}}{c} \right) + \Psi_{i,s-1} \left( \frac{l_{s-1}}{c} \right) \quad (12)$$

$$\dot{T}_{is}(0) = \dot{\Phi}_{i,s-1} \left( \frac{l_{s-1}}{c} \right) + \dot{\Psi}_{i,s-1} \left( \frac{l_{s-1}}{c} \right) \quad (13)$$

따라서 식(8)을 각하중에 대하여 선형조합하므로써 전체의 하중에 대한 응답을 구할 수 있다. 아래 그림은 TGV의 속도가 변함에 따라 2번째 경간의 중앙점에서 발생하는 최대변위를 나타낸 그림이다.

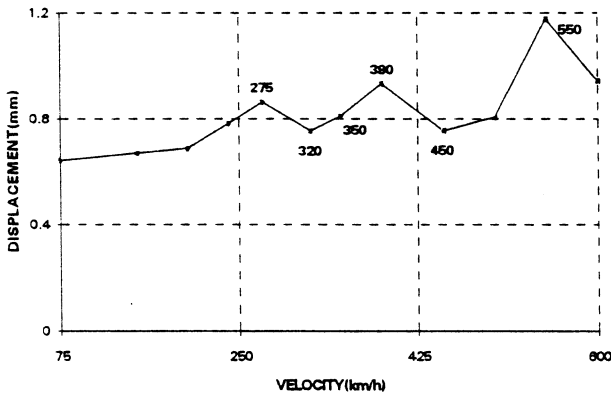


그림 3. 속도와 최대변위의 관계

옆의 그림에서 알 수 있듯이 여러 속도에서 최대 변위가 증가하는 현상을 관찰할 수 있다. 특히 주목해야 할 사항으로는 해석 대상교량의 설계속도가 350 km/h 이지만 이보다 작은 속도인 275 km/h 근방에서 더 큰 변위를 갖는다는 것이다. 구조물에 하나의 하중이 통과할 경우 일반적으로 최대변위를 발생시키는 임계속도(critical speed)는 하나가 존재하게 된다. 그러나 여러개의 하중이 작용할 경우 여러개의 임계속도가 존재할 수 있다. 만약 일정한 간격의 연행하중이 작용하는 경우 여전히 하나의 임계속도를 가지나 하나의 하중인 경우보다 증가된 임계속도를 갖게된다. 만약 서로다른 간격의 연행하중이 재하되는 경우 옆의 그림3. 에서 나타난 것처럼 여러개의 임계속도가 존재할 수

있다. 이는 각 차량간격에 대해서 구조물의 응답이 최대가 되도록 하는 속도가 존재하기 때문이다. TGV하중의 경우에는 객차부분의 일정한 간격이 반복되나 기관차 부분에 존재하는 다른 여러개의 간격들이 존재하는데 이 영향으로 인하여 여러개의 임계속도가 나타나게 된다. 따라서 구조물의 최대변위를 제어하고자 할 경우 구조물에 더 큰 응답을 발생시키는 속도 275 km/h 인 경우의 응답을 제어하여야 할 것이다.

### 3. 수동형 동조질량감쇠장치를 이용한 진동제어 (Passive type tuned mass damper)

#### 3.1 수동형 동조질량감쇠장치의 제원

구조물의 응답을 감소시키는 동조질량감쇠장치는 크게 수동형(passive type), 능동형(active type) 과 이들의 중간 형태인 준능동형(semi-active type)으로 나뉘어진다. 본 논문에서는 수동형을 사용하였는데 이는 능동형에 비해 수명이 영구적이며 설치후 유지관리가 수월하고 외부동력이 필요치 않은 장점이 있다. 수동형 동조질량감쇠장치는 크게 질량, 스프링, 댐퍼의 3부분으로 구성되어 있으며 이를 구조물의 응답에 가장 주된 영향을 주는 모드에 동조시키며 구체적인 동조조건은 아래와 같다.

$$\mu = \frac{m_t}{m_b}, \quad \omega_t = \frac{\omega_n}{1+\mu}, \quad \omega_t = \sqrt{\frac{k_t}{m_t}}, \quad c_c = 2m_t\omega_n, \quad c = c_c(\xi_b + \sqrt{\mu}) \quad (14)$$

여기에서  $\mu$ 는 TMD 질량과 구조물의 질량비,  $\omega_t$ ,  $m_t$ ,  $k_t$ 는 TMD의 진동수와 질량, 강성,  $\omega_n$ 은 구조물의 고유진동수,  $c$ 는 TMD의 댐퍼 감쇠,  $c_c$ 는 임계감쇠를  $\xi_b$ 는 구조물의 감쇠계수비를 나타낸다. 구조물의 응답에 영향을 주는 모드가 여러개인 경우 여러개의 동조질량감쇠장치를 사용할 수 있지만 대개 교량의 경우 한개의 모드가 지배적이므로 여기에서는 하나의 모드에 동조시켜 사용하였다.

### 3.2 효과 분석

수동형 동조 질량감쇠장치는 2번째 경간의 중앙에 설치하였으며 질량비( $\mu$ )는 0.01을 사용하였고 구조물의 첫번째 모드에 동조시켰다. 설치 전·후의 변위와 Fast Fourier Transform 결과는 아래 그림 4. 와 그림 5. 와 같다.

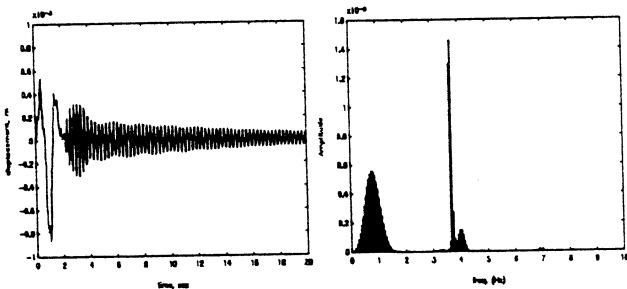


그림 4. TMD 설치전

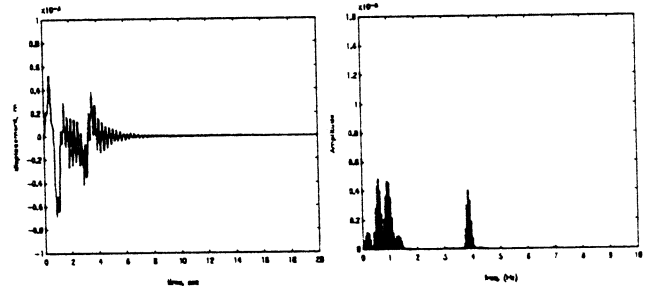


그림 5. TMD 설치후

위의 결과에서 최대변위가 약 20% 감소하였으며 자유진동이 빠르게 감소함을 알 수 있다. 수동형 질량감쇠장치에 사용된 질량비가 증가하면 질량에 의한 관성력이 증가한다. 이는 구조물에 가해지는 제어력이 증가함을 의미하므로 더 큰 변위 감소효과를 얻을 수 있으나 실제 시공시 증가된 질량은 정적변위의 증가를 초래하므로 가능하면 작은 질량비를 사용하여야 한다. 또한 자유진동 부분의 빠른 감소는 댐퍼 감쇠의 영향에 의한 것으로 식(14)에서 사용된 감쇠값은 Tsai[4]가 제안한 임계 댐퍼 감쇠(critical damper damping)를 사용하였는데 이 값을 이용하여 최대의 감쇠효과를 얻을 수 있으며 이보다 더 큰 감쇠값을 사용하면 오히려 변위가 증가하는 현상을 보인다.

### 4. 결론

본 연구를 통해 고속전철하중이 통과하는 교량의 거동 특성을 분석하였으며 교량의 응답을 감소시키기 위하여 수동형 동조질량감쇠장치를 사용하였다. TGV하중이 통과할 경우 해석 대상 교량은 설계속도 350 km/h 인 경우보다 작은 속도에서 더 큰 변위를 갖게되므로 이의 원인을 분석하였고 수동형 동조질량감쇠장치를 사용하여 이러한 교량의 응답을 감소시켰다. 따라서 본 연구는 교량의 실제 설계단계나 사용단계에 반드시 고려해야 할 중요한 거동특성이라 할 수 있다.

### 5. 참고 문헌

- [1] Ladislav Fryba. (1972). "Vibration of Solids and Structures under Moving Loads.", Noordhoff International Publishing, Groningen, The Netherlands
- [2] Den Hartog. (1985). "Mechanical Vibration.", Dover Publications, INC. New York
- [3] Toshiro Hayashikawa and Noboru Watanabe. (1981). "Dynamic Behavior of Continuous Beams with Moving Loads.", J. Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 107, No. EM1, 229-246
- [4] Hsiang-Chuan Tsai. (1993). "Green's Function of Support-Excited Structures with Tuned-Mass Dampers Derived by A Perturbation Method.", Earthquake Engineering and Structural Dynamics. Vol 22, 975-990