

풍하중을 받는 구조물의 3차원 유한요소해석

Three Dimensional Finite Element Analysis of Structures under Wind Loads

김 병 완* 김 운 학** 이 인 원***
Kim, Byoung-Wan Kim, Woon-Hak Lee, In-Won

ABSTRACT

This paper compares conventional beam analyses with exact three dimensional plate analyses through numerical examples with plates under wind loads in order to study the disadvantages of conventional simplified beam analyses of wind-loaded structures. Bending moments and principal stresses from beam analyses are good agreements with those from plate analyses but torsional moments are not. And it is possible to get result forces which are variant along width directions from plate analyses but not from beam analyses due to constant distributions of result forces along width directions. Therefore exact three dimensional plate analyses are required in the analyses of wind-loaded structures instead of conventional simplified beam analyses.

1. 서론

풍하중을 받는 구조물의 해석은 단면형상에 따른 양력계수, 항력계수 및 모멘트계수 등을 이용하여 단순화된 2차원 보로 모델링하여 수행한 것이 일반적이었다. 본 논문에서는 평판구조물을 대상으로 하는 수치예제를 통해 단순화된 보해석과 압력계수 분포를 이용한 엄밀한 삼차원 평판해석의 결과를 비교분석함으로써 기존의 단순화된 보해석의 정확도와 문제점 등을 고찰하였다.

* 한국과학기술원 토목공학과 박사과정
** 정회원 · 한경대학교 토목공학과 교수
*** 정회원 · 한국과학기술원 토목공학과 교수

2. 풍하중을 받는 구조물의 보해석 방법

풍하중을 받는 구조물의 보해석은 일반적으로 다음과 같은 절차를 따른다. 우선 구조물을 보요소들로 모델링한다. 다음으로 보의 단면형상에 따라 실험적 방법 내지 해석적 방법을 통하여 양력계수 C_L , 항력계수 C_D 및 모멘트계수 C_M 을 결정한다. 결정한 양력계수, 항력계수 및 모멘트계수를 이용하여 식 (1)과 같은 단위길이당 분포양력 L , 분포항력 D 및 분포모멘트 M 을 구한다⁽²⁾. 식 (1)에서 ρ 는 바람의 밀도이고 V 는 풍속이며 B 는 보단면의 폭을 나타낸다.

$$\begin{aligned} L &= 0.5C_L\rho V^2 B \\ D &= 0.5C_D\rho V^2 B \\ M &= 0.5C_M\rho V^2 B^2 \end{aligned} \quad (1)$$

다음으로 식 (2)와 같은 운동방정식을 풀어 해석을 수행한다. 식 (2)에서 $[M]$, $[C]$, $[K]$ 는 각각 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬을 나타내며 $\{u\}$ 는 변위벡터, $\{f\}$ 는 하중벡터를 나타낸다.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{f\} \quad (2)$$

3. 풍하중을 받는 구조물의 평판해석 방법

풍하중을 받는 구조물의 평판해석 방법의 절차는 다음과 같이 요약할 수 있다. 우선 구조물을 삼각형 평판요소들로 모델링한다. 다음으로 실험적 방법 내지 해석적 방법을 통하여 제 요소에서의 압력계수 C_p 를 결정한다. 결정한 압력계수에 따른 각 요소에 작용하는 풍압력 p 는 식 (3)과 같으며 p 에 의해 작용하는 풍하중의 크기는 p 에 평판요소의 면적 A 를 곱한 값과 같고 그 방향은 평판요소의 법선벡터 n 의 방향과 일치하므로 결국 작용하는 풍하중 f_w 는 식 (4)와 같이 계산할 수 있다. 그리고 요소에 작용하는 그러한 풍하중을 삼각형 평판요소의 세 절점으로 등분배함으로써 식 (5)와 같이 요소별 풍하중 벡터 $\{f\}_w$ 를 최종적으로 구성할 수 있다.

$$p = 0.5C_p\rho V^2 \quad (3)$$

$$f_w = 0.5C_p\rho V^2 An, \quad n = (n_x, n_y, n_z) \quad (4)$$

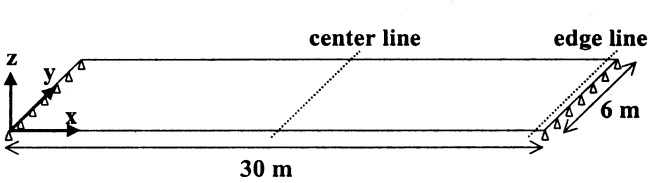
$$\{f\}_w = (1/6)C_p\rho V^2 A[n_x \ n_y \ n_z \ n_x \ n_y \ n_z \ n_x \ n_y \ n_z]^T \quad (5)$$

요소별 풍하중벡터 $\{f\}_w$ 를 취합하여 최종 하중벡터 $\{f\}$ 를 구성한 후 식 (2)의 운동방정식을 풀어 해석을 수행한다.

4. 수치예제

보해석과 평판해석을 비교하기 위해 예제를 통한 수치해석을 수행하였다. 수치예제에 사용한 구조물의 제원을 그림 1에 제시하였다. 예제구조물은 양쪽 단부가 각각 일곱 개의 힌지로 지지된 평판이며

비틀림이 유발될 수 있도록 x축 중심 회전변위를 구속하였다.



Young's modulus: $2.5 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$
 Poisson ratio: 0.17
 thickness: 60 cm
 density: $2.446 \times 10^{-6} \text{ kgf-sec}^2/\text{cm}^4$
 damping ratio: 5 %

그림 1. 예제구조물의 제원

수치예제에 사용한 바람의 제원은 그림 2와 같다. 풍속이력은 1993년 Norway의 Skipheia에서 관측된 자료에 기초하고 있으며 받음각 α 를 15도에서 90도까지 15도 간격으로 변화시키면서 결과력을 고찰하였다.

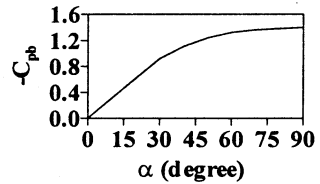
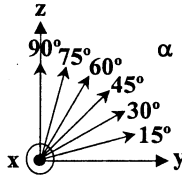
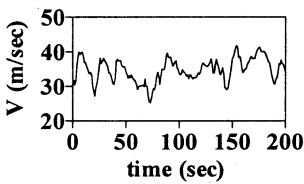


그림 2. 예제바람의 제원

그림 3. 평판상부의 압력계수

평판해석을 위한 압력계수는 Abernathy의 논문⁽¹⁾에 근거하여 해석적으로 산출하였으며⁽¹⁾ 압력계수 산출을 위한 식은 식 (6)과 같다. 식 (6)에서 C_{pb} 는 평판 상부에서의 압력계수로서 그림 3과 같은 실험치를 이용한다.⁽¹⁾

$$\begin{aligned} C_p &= C_{pi} - C_{pb} \\ C_{pi} &= 1 - k^2 / |\xi(\phi)|^2 \\ k &= \sqrt{1 - C_{pb}} \end{aligned} \quad (6)$$

또한, 식 (6)에서 매개변수 ξ 는 식 (7)에 따라 결정한다.

$$\xi(\phi) \begin{cases} = (i/1)(f(\phi) - g) + \sqrt{f^2(\phi) - 2gf(\phi) - m} & (0 \leq \phi \leq \phi_1) \\ = -(i/1)(f(\phi) + g) + \sqrt{f^2(\phi) + 2gf(\phi) - m} & (0 \leq \phi \leq \phi_3) \end{cases} \quad (7)$$

식 (6), (7)에서 ϕ 는 평판의 폭 방향의 변환좌표계를 나타내는 변수로서 실제 폭 방향의 좌표, 즉 y 좌표로 전환하기 위해서는 식 (8)을 이용한다.

$$y = -z(\phi)c/(z(\phi_1) - z(\phi_3)) + z(\phi_1)c/(z(\phi_1) - z(\phi_3))$$

$$z(\phi) \begin{cases} = (i/l)(F(\phi) - glf(\phi) + G(\phi)) & (0 \leq \phi \leq \phi_1) \\ = -(i/l)(F(\phi) + glf(\phi) + H(\phi)) & (0 \leq \phi \leq \phi_3) \end{cases} \quad (8)$$

식 (7), (8)의 각종 매개변수들은 식 (9)와 같이 계산한다.

$$\phi_1 = (1-\beta)/(1+\beta), \phi_3 = 1$$

$$f(\phi) = \sqrt{1/\phi - t^2}, F(\phi) = \sqrt{\phi(1-t^2\phi)} + (1/t) \tan^{-1} \sqrt{t^2\phi/(1-t^2\phi)}$$

$$G(\phi) = \int_0^{\phi} \sqrt{f^2(\phi') - 2glf(\phi') - m} d\phi', H(\phi) = \int_0^{\phi} \sqrt{f^2(\phi') + 2glf(\phi') - m} d\phi' \quad (9)$$

$$g = 0.5 \cos \alpha (k+1/k), h = 0.5 \sin \alpha (k-1/k), t = h/\sqrt{h^2 + (1-g)^2}, l = t/h$$

$$m = t^2(1-g^2)/h^2, \beta = 2g/(g^2 + h^2 + 1)$$

한편, 보해석을 위한 양력계수, 항력계수, 모멘트계수는 압력계수의 적분과정을 통해 식 (10)과 같이 산출할 수 있다. 예제구조물의 경우 두께가 미소한 평판이므로 항력은 무시한다.

$$C_L = \left(\int_0^B C_p dy \right) / B$$

$$C_M = \left(\int_0^B C_p \left(\frac{B}{2} - y \right) dy \right) / B^2 \quad (10)$$

식 (6)~(9)에 따라 산출한 예제구조물의 압력계수 분포형상을 그림 4에 제시하였고 식 (10)에 따라 산출한 예제구조물의 양력계수, 모멘트계수를 표 1에 제시하였다.

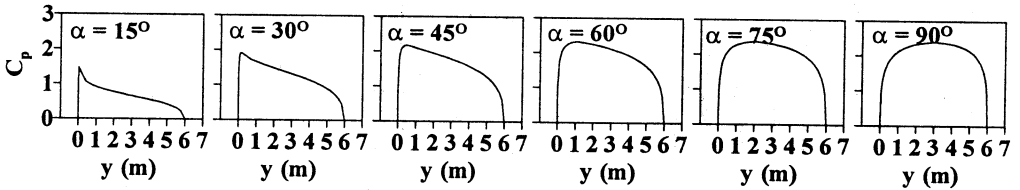


그림 4. 예제구조물의 압력계수 분포형상

표 1. 예제구조물의 양력계수, 모멘트계수

α (degree)	15	30	45	60	75	90
C_L	0.626	1.218	1.611	1.873	2.009	2.066
C_M	0.057	0.086	0.090	0.074	0.041	0.000

식 (10)에서 구한 양력계수, 모멘트계수를 이용하여 식 (1)에 따라 분포하중들을 구하고 그림 5와 같은 유한요소 모델링을 통해 식 (2)의 운동방정식을 풀어 보해석을 수행하였다. 또한 식 (6)~(9)에서 구한 압력계수를 이용하여 식 (5)에 따라 풍하중벡터를 산출하고 그림 6과 같은 유한요소 모델링을

통해 식 (2)의 운동방정식을 풀어 평판해석을 수행하였다. 한편, 동적 운동방정식의 풀이에 이용한 방법은 모드중첩법이다.

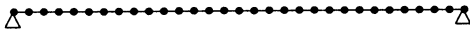


그림 5. 보요소 모델링

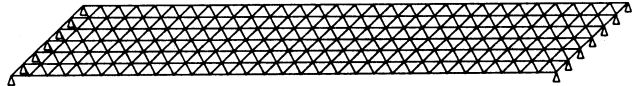


그림 6. 평판요소 모델링

5. 해석결과와 분석

그림 7은 예제구조물 중심부에서의 발생한 휨모멘트의 시간이력을 나타내고 있고 그림 8은 평판해석에 의한 최대 휨모멘트와 보해석에 의한 최대 휨모멘트를 비교하고 있다. 보해석의 오차는 4~6 %로서 휨모멘트의 경우 보해석의 결과는 평판해석의 결과와 유사하다.

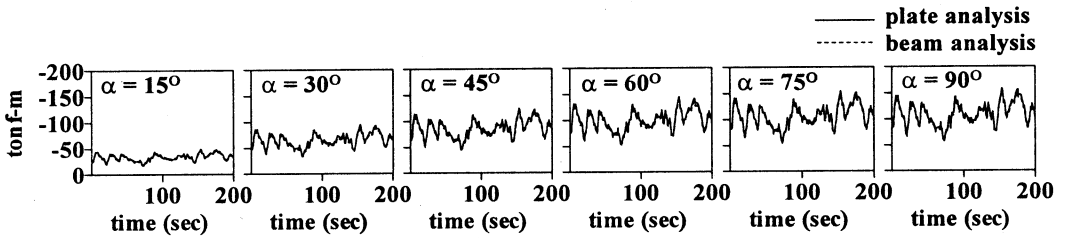
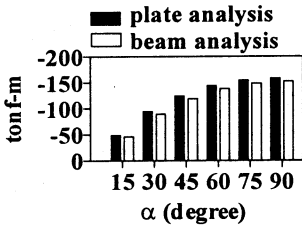


그림 7. 예제구조물 중심부에서의 휨모멘트 시간이력



α (degree)	plate	beam	error(%)
15	-49.00	-46.16	5.79
30	-94.70	-89.81	5.16
45	-124.70	-118.77	4.76
60	-144.36	-138.13	4.32
75	-154.38	-148.13	4.05
90	-158.54	-152.30	3.93

그림 8. 예제구조물 중심부에서의 최대 휨모멘트 비교

그림 9는 예제구조물 단부에서의 발생한 비틀림모멘트의 시간이력을 나타내고 있고 그림 10은 평판해석에 의한 최대 비틀림모멘트와 보해석에 의한 최대 비틀림모멘트를 비교하고 있다. 그림 9~10에서도 알 수 있듯이 비틀림모멘트의 경우 보해석의 결과는 평판해석의 결과와 상당한 차이를 보여 오차가 크다.

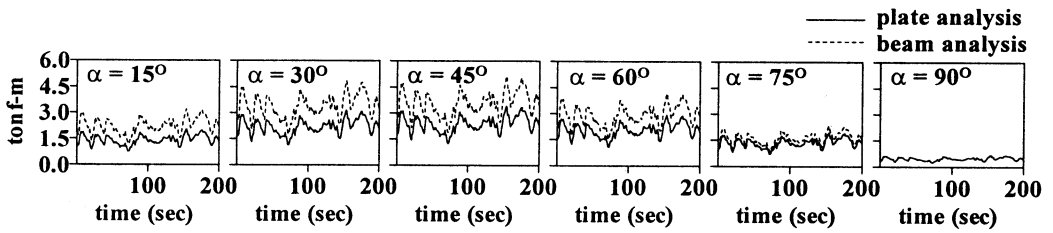
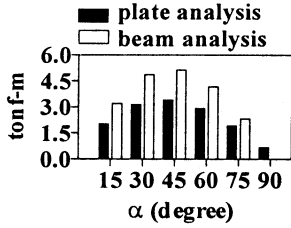


그림 9. 예제구조물 단부에서의 비틀림모멘트 시간이력



α (degree)	plate	beam	error(%)
15	2.03	3.21	58.06
30	3.14	4.86	54.59
45	3.41	5.12	50.46
60	2.93	4.18	42.50
75	1.94	2.32	19.68
90	0.68	0.00	99.96

그림 10. 예제구조물 단부에서의 최대 비틀림모멘트 비교

그림 11은 예제구조물 중심부에서의 발생한 주응력의 시간이력을 나타내고 있고 그림 12는 평판해석에 의한 최대 주응력과 보해석에 의한 최대 주응력을 비교하고 있다. 휨모멘트와 마찬가지로 주응력의 경우 보해석의 결과는 평판해석의 결과와 유사하다.

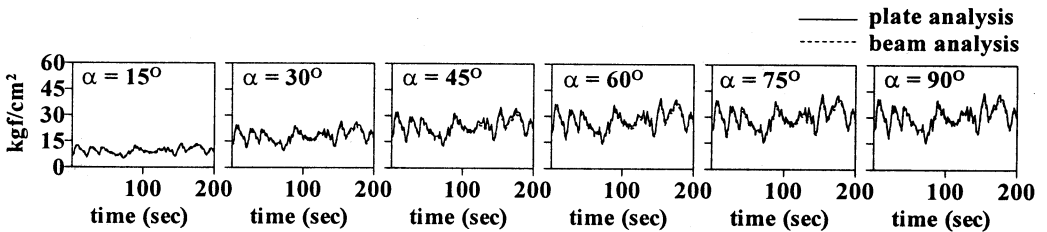
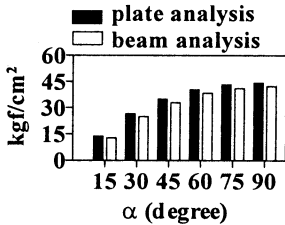


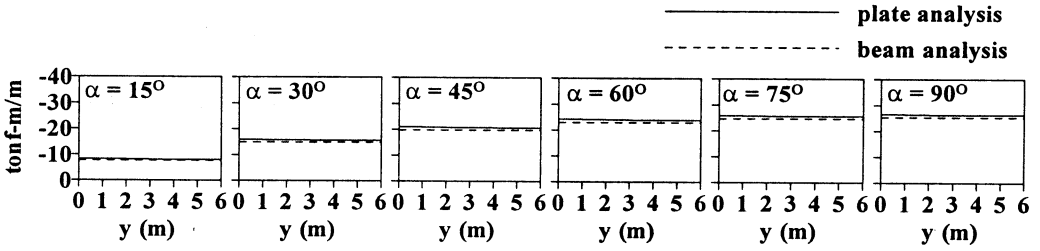
그림 11. 예제구조물 중심부에서의 주응력 시간이력



α (degree)	plate	beam	error(%)
15	13.82	12.82	7.24
30	26.65	24.94	6.42
45	35.04	32.98	5.88
60	40.49	38.36	5.27
75	43.22	41.14	4.81
90	44.29	42.29	4.50

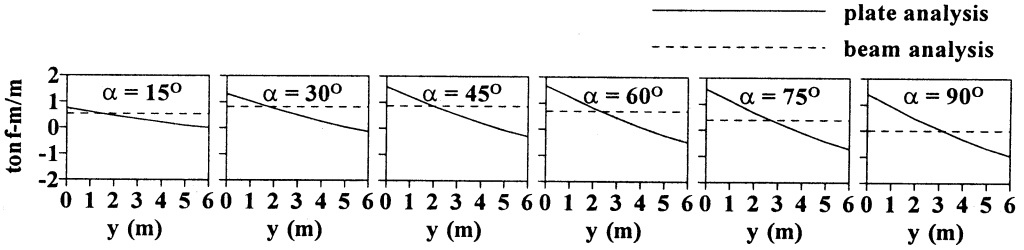
그림 12. 예제구조물 중심부에서의 최대 주응력 비교

그림 13, 그림 14는 이력시간 154초에 대한 중심부에서의 분포 휨모멘트, 단부에서의 분포 비틀림 모멘트를 각각 나타내고 있다. 그림 13, 그림 14에서도 알 수 있듯이 평판해석의 경우 평판의 폭 방향에 따라 다르게 나타나는 결과력의 분포를 파악할 수 있지만 보해석의 경우 평판의 폭 방향에 따른 결과력의 분포가 상수이므로 폭 방향에 따른 결과력의 파악이 불가능하다.



y (m)	$\alpha = 15^\circ$		$\alpha = 30^\circ$		$\alpha = 45^\circ$		$\alpha = 60^\circ$		$\alpha = 75^\circ$		$\alpha = 90^\circ$	
	plate	beam	plate	beam	plate	beam	plate	beam	plate	beam	plate	beam
0	-8.29	-7.69	-15.99	-14.97	-21.03	-19.79	-24.30	-23.02	-25.93	-24.69	-26.57	-25.38
1	-8.24	-7.69	-15.89	-14.97	-20.90	-19.79	-24.17	-23.02	-25.81	-24.69	-26.46	-25.38
2	-8.19	-7.69	-15.82	-14.97	-20.82	-19.79	-24.09	-23.02	-25.74	-24.69	-26.42	-25.38
3	-8.15	-7.69	-15.76	-14.97	-20.76	-19.79	-24.03	-23.02	-25.70	-24.69	-26.39	-25.38
4	-8.12	-7.69	-15.72	-14.97	-20.71	-19.79	-23.99	-23.02	-25.67	-24.69	-26.39	-25.38
5	-8.11	-7.69	-15.69	-14.97	-20.69	-19.79	-23.98	-23.02	-25.68	-24.69	-26.41	-25.38
6	-8.08	-7.69	-15.64	-14.97	-20.63	-19.79	-23.92	-23.02	-25.62	-24.69	-26.37	-25.38

그림 13. 예제구조물 중심부에서의 분포 휨모멘트(time = 154 sec)



y (m)	$\alpha = 15^\circ$		$\alpha = 30^\circ$		$\alpha = 45^\circ$		$\alpha = 60^\circ$		$\alpha = 75^\circ$		$\alpha = 90^\circ$	
	plate	beam	plate	beam	plate	beam	plate	beam	plate	beam	plate	beam
0	0.74	0.53	1.30	0.81	1.59	0.85	1.66	0.70	1.58	0.39	1.40	0.00
1	0.60	0.53	1.02	0.81	1.22	0.85	1.24	0.70	1.12	0.39	0.94	0.00
2	0.45	0.53	0.74	0.81	0.85	0.85	0.81	0.70	0.67	0.39	0.46	0.00
3	0.33	0.53	0.50	0.81	0.53	0.85	0.45	0.70	0.28	0.39	0.06	0.00
4	0.20	0.53	0.26	0.81	0.22	0.85	0.08	0.70	-0.11	0.39	-0.33	0.00
5	0.08	0.53	0.04	0.81	-0.06	0.85	-0.24	0.70	-0.44	0.39	-0.67	0.00
6	-0.01	0.53	-0.13	0.81	-0.29	0.85	-0.50	0.70	-0.72	0.39	-0.96	0.00

그림 14. 예제구조물 단부에서의 분포 비틀림모멘트 (time = 154 sec)

6. 결론

풍하중을 받는 구조물의 해석에 있어서 기존의 단순화된 보해석의 정확도와 문제점 등을 고찰하기 위해 평판구조물을 대상으로 하는 수치예제를 통해 단순화된 보해석과 엄밀한 삼차원 평판해석의 결과를 비교분석하였다. 휨모멘트와 주응력의 경우 보해석의 결과가 평판해석의 결과와 서로 유사하지만 비틀림모멘트의 오차는 크게 나타나므로 비틀림모멘트의 경우 보해석의 정확도를 신뢰할 수 없다. 또한 평판해석의 경우 평판의 폭 방향에 따라 다르게 나타나는 결과력의 분포를 파악할 수 있지만 보해석의 경우 평판의 폭 방향에 따른 결과력의 분포가 상수이므로 폭 방향에 따른 결과력의 파악이 불가능하다. 따라서 정확한 풍하중의 해석을 위해서는 기존의 단순화된 보해석이 아닌 엄밀한 삼차원 평판해석이 요구된다.

감사의 글

본 연구는 국가지정 연구실인 구조물 내진제어 연구실의 지원 하에 이루어졌습니다. 지원에 깊은 감사 드립니다.

참고 문헌

1. Abernathy, F. H., "Flow over an Inclined Plate," *Journal of Basic Engineering - Transactions of the ASME*, Vol. 84, 1962, pp. 380-388.
2. Simiu, Emil and Scanlan, Robert H., *Wind Effects on Structures*, John Wiley & Sons, Inc., 1996, p. 450.