

복합제어기법을 이용한 지진하중을 받는 사장교의 제어

Control of a Seismically Excited Cable-Stayed Bridge Employing a Hybrid Control Strategy

박규식* 정형조** 이종현*** 이인원****
Park, Kyu-Sik Jung, Hyung-Jo Lee, Jong-Heon Lee, In-Won

ABSTRACT

This paper presents a hybrid control strategy for seismic protection of a benchmark cable-stayed bridge, which is provided as a *testbed* structure for the development of strategies for the control of cable-stayed bridges. In this study, a hybrid control system is composed of a passive control system to reduce the earthquake-induced forces in the structure and an active control system to further reduce the bridge responses, especially deck displacements. Lead rubber bearings and ideal hydraulic actuators are used for the passive and active control systems. *Bouc-Wen* model is used to simulate the nonlinear behavior of lead rubber bearings and an H_2/LQG control algorithm is adopted as an active control algorithm. Numerical simulation results show that the performance of the proposed hybrid control strategy is superior to that of the passive control strategy and slightly better than that of the active control strategy. The proposed control method is also more reliable than the fully active control method due to the passive control part. Therefore, the proposed hybrid control strategy can effectively be used to seismically excited cable-stayed bridges.

1. 서론

사장교는 아름다운 형상, 구조적인 효율성, 경제성 등의 이유로 세계적으로 많이 건설되고 있다. 하지만 사장교는 유연성이 크고 낮은 감쇠비로 인해 지진하중에 매우 취약할 수 있다. 수동, 능동, 반능동, 또는 이들을 조합한 제어 기법은 이러한 사장교의 진동제어 방법으로 효과적으로 사용될 수 있다. 그러나 사장교는 매우 유연한 구조물이기 때문에 새롭고, 특이하고 도전적인 진동제어 문제이다. 미국토목학회(ASCE) 구조제어 분과의 주관 하에 Dyke 등은 여러 가지 제어기법의 효율성을 조사하기 위한 지진하중을 받는 첫번째 벤치마크(benchmark) 사장교 문제를 개발하였다.⁽¹⁾ 이 벤치마크 문제는 2003년 완공예정인 미국 Missouri 주에 건설중인 Cape Girardeau 교를 대상구조물로 고려하였다. Cape Girardeau 교의 상세도면을 기초로 하여 전체

* 한국과학기술원 건설및환경공학과 박사과정
** 정회원·한국과학기술원 건설및환경공학과 연구조교수
*** 정회원·경일대학교 토목공학과 교수
**** 정회원·한국과학기술원 건설및환경공학과 교수

규모의 벤치마크 교량의 복잡한 거동을 나타내기 위한 3차원 평가모델이 개발되었다. 또한 제안된 제어방법의 성능을 평가하기 위해 사장교의 적절한 평가기준(evaluation criteria)과 제어기 설계에 필요한 제약조건이 벤치마크 문제에 포함되어 있다. 본 연구에서는 Dyke 등⁽¹⁾에 의해서 제공된 벤치마크 교량 모델을 이용하여 지진하중을 받는 사장교의 복합제어 기법의 효용성을 조사하였다. 본 연구에서 사용된 복합제어 기법이란 지진하중으로 인해 구조물에 발생하는 하중을 줄이기 위한 수동제어 기법과 상판변위와 같은 구조물의 응답을 추가적으로 제어하기 위한 능동제어 기법이 결합된 제어 방법이다.

2. 벤치마크 문제

이 벤치마크 문제에서는 그림 1과 같은 2003년 완공예정인 미국 Missouri 주에 건설중인 Cape Girardeau 교를 대상 구조물로 고려하였다. Illinois 진입로 부분은 사장교의 동적거동에 미치는 영향이 미비하기 때문에 이 벤치마크 문제에는 포함되어 있지 않다. 사장교의 상세도면에 기초해 Dyke 등은 교량의 복잡한 거동을 나타낼 수 있는 3차원 선형모델을 개발하였다.⁽¹⁾ 벤치마크 문제에서는 선형모델을 사용하였으나 모델에 사용된 강성행렬은 사하중에 의한 교량의 변형 상태에서의 비선형 정적해석을 통해 결정되었다. 교량이 기반암에 건설되었다고 가정했기 때문에 지반-구조물 상호작용은 무시하였다.

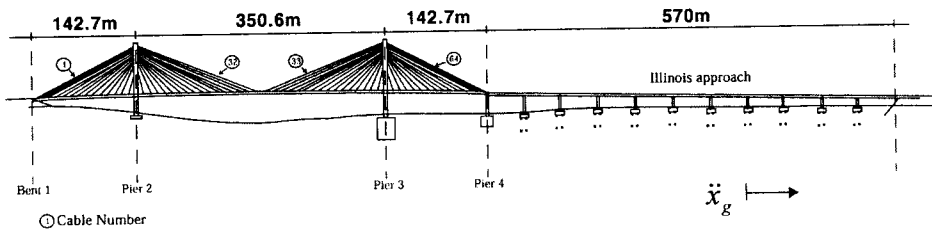


그림 1. Cape Girardeau 교의 개략도⁽¹⁾

모델축소 방법으로 정적 응축을 수행해 평가모델인 419개의 자유도를 가지는 축소차수 모델을 구성하였다. 감쇠행렬은 교량을 설계할 때와 같은 가정사항인 3%의 모달감쇠(modal damping)를 각 모드(mode)에 적용하여 구성하였다. 원 설계에서는 상판과 주탑의 연결부분에 6.67 MN의 용량을 가지는 16개의 충격전달장치(shock transmission device)가 설치되었다. 이렇게 구성된 평가모델의 처음 10개의 고유주파수는 0.2899, 0.3699, 0.4683, 0.5158, 0.5812, 0.6490, 0.6687, 0.6970, 0.7102, 0.7203 Hz 이다. 이와 반대로 상판과 주탑사이에 제어장치를 설치하기 위해 상판과 주탑을 분리한 두 번째 평가모델의 처음 10개의 고유주파수는 0.1618, 0.2666, 0.3723, 0.4545, 0.5015, 0.5650, 0.6187, 0.6486, 0.6965, 0.7094 Hz 이다.

벤치마크 문제에서는 위와 같은 평가모델 뿐만 아니라 각 제어방법의 성능을 평가하기 위한 18개의 평가기준이 제시되었다.⁽¹⁾ 처음 6개의 평가기준은 제어기법의 성능을 고려하기 위한 교량의

최대응답에 관한 것이며, 두 번째 5개의 평가기준은 전체 해석시간에 대한 평균응답(normed response)에 관한 것이다. 마지막 7개의 평가기준은 제어기 자체에 대한 제약조건에 관한 것이다. 좀더 자세한 평가기준은 Dyke 등의 논문⁽¹⁾에 제시되어 있다.

3. 복합제어 기법

3. 1. 제어 장치

3. 1. 1. 수동제어 장치

본 연구에서는 일반적으로 많이 사용되고 있는 납고무받침을 수동제어 장치로 사용하였다. 납고무받침의 물성치는 일반적으로 추천되는 설계방법을 통해 결정하였다.⁽²⁾ 설계과정에서 납의 설계 항복전단력은 0.10M 으로 가정하였다. 여기서 M 은 받침에 의해 지지되는 상판의 무게이다. 그리고 교대와 교각에 설치된 납고무받침의 소성강성비는 1.0으로 가정하였다. 결과적으로 24개의 납고무받침들이 상판과 교대/교각 사이에 설치되었다. 각 상판과 교대/교각 사이에는 6개씩 납고무받침이 설치되었다. 납고무받침의 물성치는 표 1과 같다.

표 1. 납고무받침의 물성치

물성치	물성치값
탄성강성, $k_e(\text{N/m})$	3.571×10^7
소성강성, $k_p(\text{N/m})$	3.139×10^6
납의 항복변위, $D_y(\text{cm})$	0.765
납의 설계항복 전단력, $Q_d(\text{kg})$	2.540×10^4

이 납고무받침들은 기존에 교각 4에 설치된 보 요소의 수평강성을 제거한 후 설치되었다. 납고무받침의 비선형 동적거동을 묘사하기 위해 Wen 이 제안한 Bouc-Wen 모델⁽³⁾을 사용하였다. 이 모델에서 납고무받침의 복원력은 식 (1)과 같이 선형과 비선형 항으로 구성된다.

$$F_{LRB}(x_r, \dot{x}_r) = \alpha k_0 x_r + (1 - \alpha) k_0 D_y y \quad (1)$$

$$\dot{y} = \frac{1}{D_y} \left(A_r \dot{x}_r - \gamma |\dot{x}_r| |y|^{n-1} y - \beta \dot{x}_r |y|^n \right) \quad (2)$$

여기서 k_0 와 α 는 선형강성과 선형강성이 복원력에 미치는 기여도를 나타내며, x_r 과 \dot{x}_r 는 납고무받침이 설치된 절점의 상대변위와 상대속도이다. 그리고 D_y 와 y 는 식 (2)를 만족하는 납고무받침의 항복변위와 변수이다. A_r, γ, β, n 는 이력거동(hysteretic behavior)에 영향을 미치는

상수이다. 본 연구에서는 납고무반침의 특성곡선(characteristic curve)을 묘사하기 위해 $A_f=n=1, \alpha=\beta=0.5$ 의 값을 사용하였다.

3. 1. 2. 능동제어 장치

본 연구에서는 벤치마크 문제에서 사용한 총 24개의 가진기(hydraulic actuator)를 사용하였다.⁽¹⁾ 총 24개의 가진기 중 8개는 두 번째 교각과 상판사이에, 8개는 세 번째 교각과 상판사이에, 4개는 첫 번째 교대와 상판사이에, 4개는 네 번째 교각과 상판사이에 각각 설치하였다. 가진기 하나는 1000 kN의 용량을 가지고 있다. 가진기의 동적거동은 무시하였으며 이상적인 거동을 한다고 가정하였다. 가진기에서 발생하는 제어력은 다음 식들로부터 구할 수 있다.

$$\mathbf{f} = \mathbf{K}_f \mathbf{u} = \mathbf{G}_{dev} \mathbf{D}_d \mathbf{u} = \begin{bmatrix} 2\mathbf{I}_{2 \times 2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 4\mathbf{I}_{4 \times 4} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & 2\mathbf{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \mathbf{D}_d \mathbf{u} \quad (3)$$

$$\mathbf{y}_f = \mathbf{D}_d \mathbf{u} = \mathbf{D}_d \mathbf{I}_{8 \times 8} \mathbf{u} \quad (4)$$

여기서 \mathbf{f} 는 구조물에 작용하는 제어력, \mathbf{y}_f 는 제어장치의 연속된 제어력 벡터, $D_d=100$ kN/V는 제어장치 이득(gain), 그리고 \mathbf{K}_f 는 제어력과 볼트사이의 이득 행렬이다.

센서(sensor)로는 5개의 가속도계와 4개의 변위계가 사용되었다. 4개의 가속도계는 주탑 꼭대기 부분에 설치되었고, 1개는 상판 가운데에 설치되었다. 2개의 변위계는 두 번째 교각과 상판사이에 설치되었으며, 2개는 세 번째 교각과 상판사이에 설치되었다. 모든 센서는 교축방향의 응답을 측정하고 동적거동은 무시하여 이상적인 센서로 생각하였다.⁽¹⁾

3. 2. 제어설계모델

제어기 설계를 위해서 평가모델에 기초하여 30개의 상태(state)를 가지는 축소차수 모델을 구성하였다. 이 모델은 balanced realization과 상대적으로 중요도가 작은 controllability grammian과 observability grammian을 가진 상태를 응축하여 구성하였다.⁽⁴⁾ 결과적인 구조물의 상태공간(state space) 방정식은 다음 식들과 같다.

$$\dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_d + \mathbf{B}_d \mathbf{u} + \mathbf{E}_d \ddot{\mathbf{x}}_g \quad (5)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{C}_d^z \mathbf{x}_d + \mathbf{D}_d^z \mathbf{u} + \mathbf{F}_d^z \ddot{\mathbf{x}}_g \quad (6)$$

$$\mathbf{y}_s = \mathbf{D}_s (\mathbf{C}_d^y \mathbf{x}_d + \mathbf{D}_d^y \mathbf{u} + \mathbf{F}_d^y \ddot{\mathbf{x}}_g) + \mathbf{v} \quad (7)$$

여기서 \mathbf{x}_d 는 설계 상태 벡터, $\mathbf{A}_d, \mathbf{B}_d, \mathbf{E}_d$ 는 설계 시스템 행렬, $\ddot{\mathbf{x}}_g$ 는 지반 가속도, \mathbf{u} 는 입력 제어 신호, 그리고 \mathbf{z} 는 평가출력값(주탑에서의 전단력과 모멘트, 상판변위, 케이블 장력 등)을 포함한 제어된 출력, $\mathbf{C}_d^z, \mathbf{D}_d^z, \mathbf{F}_d^z$ 는 설계 모델에서 제어된 출력 시스템 행렬, $\mathbf{C}_d^y, \mathbf{D}_d^y, \mathbf{F}_d^y$ 는 설계 모델에서 측정된 출력 시스템 행렬이다.

3. 3. 제어 알고리즘

본 연구에서는 복합제어 기법의 능동제어 부분을 위해 H_2/LQG 제어 알고리즘을 사용하였다. 여기서 $\ddot{\mathbf{x}}_g$ 는 stationary white noise로 가정하였고 다음과 같은 가격함수(cost function)를 선택하였다.

$$J = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} E \left[\int_0^{\tau} \{ \mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} \} dt \right] \quad (8)$$

여기서 \mathbf{R} 은 8차의 단위행렬의 제어력가중 행렬, 그리고 \mathbf{Q} 는 응답가중 행렬이다. 측정잡음은 일정하게 분포되어 있다고 가정하고 통계적을 독립인 *Gaussian white noise process* 로 가정하였다. 그리고 입력지진과 측정잡음의 autospectral density 함수비는 25로 가정하였다.

H_2/LQG 제어 알고리즘을 사용할 경우 제어성능은 응답가중 행렬에 많은 영향을 받는다. 따라서 본 연구에서는 최대응답 접근방법을 사용하여 최적 응답가중 행렬 \mathbf{Q} 를 결정하였다.

$$\mathbf{Q}_{om_dd} = \begin{bmatrix} q_{om} \mathbf{I}_{4 \times 4} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & q_{dd} \mathbf{I}_{4 \times 4} \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서 q_{om} 과 q_{dd} 는 각각 전도모멘트 가중변수, 상판변위 가중변수이다. 능동제어 시스템에서는 $q_{om}=4 \times 10^{-9}$, $q_{dd}=1 \times 10^4$ 을 사용하였고 복합제어 시스템에서는 $q_{om}=5 \times 10^{-9}$, $q_{dd}=1 \times 10^3$ 을 사용하였다.

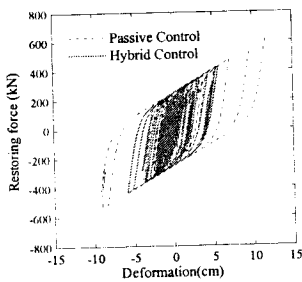
4. 수치해석 결과

제안된 복합제어 기법의 효과를 검증하기 위해 El Centro(1940), Mexico City(1985), Gebze(1990) 세 개의 역사적인 실제 지진을 이용해 수치해석을 수행하였다. 수치해석 결과는 수동제어 기법과 능동제어 기법의 결과와 비교하였다. 표 2는 세 개의 지진에 대해 최대 평가기준을 나타낸 것이다. Dyke 등⁽¹⁾ 으로 나타나 있는 제어결과는 벤치마크 문제에 제시된

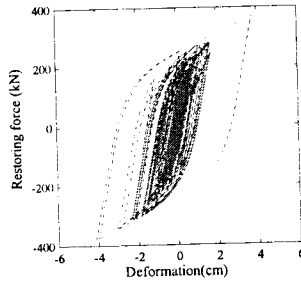
결과이며 비교를 목적으로 하는 것이 아니며 참고자료로 선택되었다.

표 2. 세 개의 지진에 대한 평가기준의 최대값

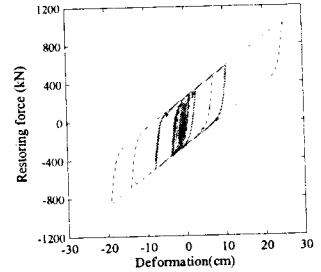
평가기준	Dyke 등 ⁽¹⁾	수동제어	능동제어	복합제어
J ₁ - 최대 밀면 전단력	0.4582	0.5459	0.5071	0.4854
J ₂ - 상판높이의 최대 전단력	1.3784	1.4616	1.1576	0.9360
J ₃ - 최대 전도 모멘트	0.5836	0.6188	0.4485	0.4471
J ₄ - 상판높이의 최대 모멘트	1.2246	1.2656	0.8792	0.6719
J ₅ - 최대 케이블 인장력 변화	0.1861	0.2077	0.1474	0.1462
J ₆ - 최대 상판변위	3.5640	3.8289	1.8023	1.6629
J ₇ - 평균 밀면 전단력	0.3983	0.4211	0.3755	0.3723
J ₈ - 상판높이의 평균 전단력	1.4271	1.5502	0.9510	0.9169
J ₉ - 평균 전도 모멘트	0.4552	0.4815	0.3563	0.3336
J ₁₀ - 상판높이의 평균 모멘트	1.4569	1.4429	0.7618	0.7799
J ₁₁ - 평균 케이블 인장력 변화	2.2968e-2	2.2327e-2	1.6176e-2	1.8215e-2
J ₁₂ - 최대 제어력	1.7145e-3	2.1611e-3	1.9608e-3	LRB+HA: 2.6438e-3 LRB: 1.2246e-3 HA: 1.9608e-3 0.9118
J ₁₃ - 최대 stroke	1.9540	2.0993	0.9886	6.6678e-3
J ₁₄ - 최대 전력	7.3689e-3	-	9.3311e-3	8.4888e-4
J ₁₅ - 총전력	6.9492e-4	-	8.7997e-4	LRB+HA: 24+24 9 30
J ₁₆ - 제어장치의 개수	24	24	24	9
J ₁₇ - 센서의 개수	9	-	9	30
J ₁₈ - 제어기 설계에 사용된 상태 개수	30	-	30	



(a) El Centro 지진



(b) Mexico City 지진



(c) Gebze 지진

그림 2. 교각 2에서의 남고무받침의 복원력

표에서 보듯이 복합제어 기법의 전체적인 제어성능은 수동제어 기법에 비해 매우 뛰어나며 능동제어 기법에 비해서는 약간 더 좋다. 수동제어 기법에서 상판변위가 다른 제어기법에 비해 증가하였지만 허용범위(30 cm)⁽⁵⁾ 내에 있다. 그리고 이러한 증가된 변위는 복합제어 기법에서 추가적인 능동제어 장치로 인해 그림 2와 같이 감소한다. 모든 제어기법에서 사장교의 케이블(cable)의 장력은 추천되는 범위내에 존재한다.

복합제어 기법은 수동제어 기법과 비교하여 구조물의 응답 (J₁ ~ J₄, J₆ ~ J₁₀) 이 14% ~ 45% (El

Centro 지진), 11% ~ 24% (Mexico City 지진), 10% ~ 57% (Gebze 지진) 감소한다. 능동제어 기법과 비교하면 El Centro 지진의 경우 모든 구조물의 응답이 1% ~ 26% 감소하였다. Mexico City 지진의 경우 상판높이의 최대전단력(J_2)을 제외한 모든 구조물의 응답이 0.3% ~ 35% 감소한다. J_2 는 2% 증가하였다. Gebze 지진에서는 상판높이의 평균 모멘트(J_{10})만 2% 증가하였고 나머지 구조물의 응답은 4% ~ 24% 감소하였다. 또한 능동, 복합제어 기법은 벤치마크에 주어진 능동제어 장치의 제약조건(최대힘: 1000 kN, 최대 stroke: 0.2 m, 최대 속도: 1 m/s)⁽¹⁾을 만족하였다.

복합제어 기법의 강인성을 평가하기 위해 강성행렬의 불확실성에 대해 평가기준의 변화를 조사하였다. 강성행렬이 일정량만큼 교란된 시스템을 원래 시스템에서 구한 제어기를 이용해 수치해석을 수행하였다. 교란된 강성행렬은 다음식과 같다.

$$K_{pert} = K(1 + \delta) \quad (10)$$

여기서 K 는 제어기 설계에 이용되는 최초의 교란 강성행렬, δ 는 불확실성, K_{pert} 는 교란된 교란의 강성행렬이다. 불확실성은 $\pm 7\%$ 를 고려하였다.

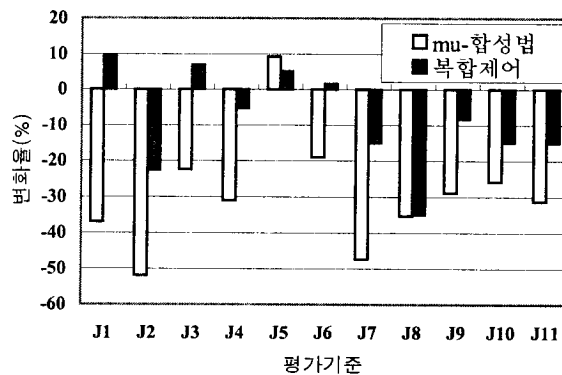


그림 3. 강성행렬의 불확실성에 대한 평가기준의 변화

그림 3은 El Centro 지진하에서의 $\pm 7\%$ 의 강성행렬 교란이 있을 때 평가기준의 최대 변화를 나타낸 것이다. 해석 결과는 μ -합성법을 이용한 능동제어 기법의 결과⁽⁵⁾와 비교하였다. 여기서 양의 변화는 원래 평가기준에 비해 평가기준이 감소한 것을 의미하고 음의 변화는 원래 평가기준에 비해 증가한 것을 의미한다. 그림에서 볼 수 있듯이 복합제어 기법은 강성행렬 교란에 대해 성능을 잘 발휘하고 있으며 μ -합성법을 이용한 능동제어 기법에 비해 강인하다.

5. 결론

본 연구에서는 구조물에 전달되는 지진하중을 줄이기 위한 수동제어 시스템과 상관변위와 같은 교량의 응답을 추가적으로 감소시키기 위한 능동제어 시스템으로 구성된 복합제어 기법을 사장교의 벤치마크 문제에 적용하고 그 효용성을 알아 보았다. 제안된 제어기법은 수동제어 부분을 위해 일반적으로 사용되는 납고무받침을 사용하였으며 능동제어 부분에서는 이상적인 가진기를 사용하였다. 납고무받침의 비선형 거동을 묘사하기 위해 *Bouc-Wen* 모델을 사용하였으며 H_2/LQG 제어 알고리즘을 사용하였다. 수치해석 결과 제안된 복합제어 기법은 능동제어 기법에 비해 Mexico City 지진하에서의 상관높이의 최대 전단력과 Gebze 지진하에서의 상관 높이의 평균 모멘트를 제외하고 구조물의 응답이 0.3% ~ 35% 감소하였다. 수동제어 기법에 비해서는 추가적인 능동제어 장치 때문에 모든 구조물의 응답이 10% ~ 57% 감소하였다. 또한 복합제어 기법은 수동제어 부분 때문에 능동제어 기법에 비해 좀더 신뢰성이 높다. 따라서 제안된 제어기법은 지진하중을 받는 사장교의 제어에 매우 효과적이다.

감사의 글

본 연구는 2000년도 한국과학기술부의 국가지정연구실(과제번호: 2000-N-NL-01-C-251)의 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. Dyke, S. J., Turan, G., Caicedo, J. M., Bergman, L. A., and Hague, S., "Benchmark control problem for seismic response of cable-stayed bridges," <http://wussel.cive.wustl.edu/quake/>, 2000.
2. Ali, H. M., and Abdel-Ghaffar, A. M., "Seismic passive control of cable-stayed bridges," *Shock and Vibration*, Vol. 2, No. 4, 1995, pp. 259-272.
3. Wen, Y. K., "Method for random vibration for inelastic structures," *Journal of applied mechanics division*, Vol. 42, No. 2, 1989, pp. 39-52.
4. Laub, A. J., Heakth, M. T., Paige, C. C., and Ward, R. C., "Computation of system balancing transformations and other applications of simultaneous diagonalization algorithms," *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. AC-32, 1987, pp. 17-32.
5. Turan, G., "Active control of a cable-stayed bridge against earthquake excitations," Ph.D. Dissertation, Department of Civil Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2001.