

# 반능동 제어 시스템을 이용한 사장케이블의 진동제어

## Vibration Control of Stay Cables Using Semiactive Control System

장지은\*                      정형조\*\*                      윤우현\*\*\*                      이인원\*\*\*\*  
Jang, Ji-Eun                      Jung, Hyung-Jo                      Yoon, Woo-Hyun                      Lee, In-Won

### ABSTRACT

Stay cables, such as are used in cable-stayed bridges, are prone to vibration due to their low inherent damping characteristics. Several methods have been proposed and implemented to mitigate this problem, though each has its limitations. Recently some studies have shown that semiactive dampers can potentially achieve performance levels nearly the same as comparable active devices with few of the detractions. This paper presents the results of a study to evaluate the performance of semiactive dampers for mitigating the vibration of stay cables. Moreover, a number of recently proposed semiactive control algorithms are formulated for use with shear mode MR damper to compare the efficiency of each algorithm through numerical simulation. Numerical simulation considers a stay cable excited by shaker and controlled by shear mode MR dampers. In simulation, the response with a semiactive damper is found to be dramatically reduced compared to the uncontrolled case. Furthermore, it is verified that the algorithm based on Lyapunov control theory is very efficient in mitigating the cable vibration.

### 1. 서론

최근 우리나라뿐만 아니라 세계적으로 사장교의 건설이 증가하고 있으나, 교량의 장대화로 야기된 여러 가지 기술적 문제는 미결로 남아있는 상태이다. 특히, 사장교의 주요 요소인 케이블은 매우 유연하며 낮은 감쇠비를 갖기 때문에, 풍하중과 활하중으로 인하여 발생하는 진동에 민감하게 반응하게 된다. 이는 케이블과 케이블 연결 부위의 파손을 유발하여 사용기간을 감소시키거나 부식방지처리의 손상으로 인한 잠재적인 문제를 발생시킬 수 있다. 현재까지는 케이블의 진동을 감소시키기 위하여 부분적으로 케이블의 표면을 변화시키거나 수동 감쇠기를 설치하는 방법 등이 소극적으로 사용되었으나, 최근들어 능동 감쇠기와 반능동 감쇠기를 설치하여 케이블의 진동을 매우 효과적으로 감소시킬 수 있다는 연구들이 발표되어 왔다. 본 논문은 수치해석을 통하여 이러한 반능동 감쇠기의 성능을 살펴보고, 나아가 반능동 제어 알고리즘으로 제안된 여러 알고리즘을 적용하여 케이블의 진동 제어에 대한 각 알고리즘의 성능을 평가하였다.

### 2. 사장케이블과 자기유변 유체 감쇠기

\* 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 석사과정  
\*\* 정회원·세종대학교 토목환경공학과 조교수  
\*\*\* 정회원·경원대학교 산업환경대학원 부교수  
\*\*\*\* 정회원·한국과학기술원 건설 및 환경공학과 정교수

## 2. 1. 사장 케이블

사장 케이블은 큰 장력이 가해지기 때문에 일반적으로 작은 처짐을 갖는다. 따라서, 본 연구에서 그림 1. 과 같이 처짐을 갖지 않는 이상적인 사장 케이블을 대상으로 하며, 이때 케이블의 지배 미분 방정식은 식(1)과 같다.

$$m\ddot{v}(x,t) + c\dot{v}(x,t) - Tv''(x,t) = F_s(t)\delta(x-x_s) + F_d(t)\delta(x-x_d) \quad (1)$$

여기서,  $v(x,t)$ 는 케이블의 수직방향의 변위,  $F_d(t)$ 는 반응동 감쇠기로부터 케이블에 전달되는 감쇠력,  $F_s(t)$ 는 가진기로부터 케이블에 전달되는 가진력,  $L$ 은 케이블의 길이,  $T$ 는 케이블의 장력,  $m$ 은 케이블의 길이당 질량, 그리고  $\zeta$ 는 케이블의 모달 감쇠비(modal damping coefficient)이다.

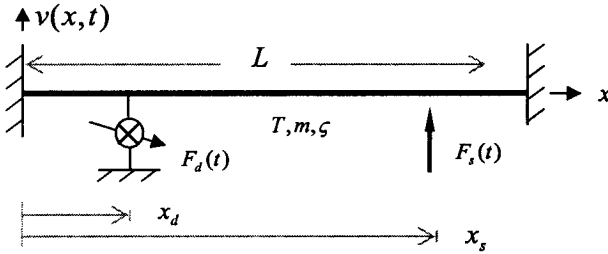


그림 1. 반응동 감쇠기와 가진기가 설치된 케이블 모델

케이블의 수직방향의 변위 형상이 유한한 케이블의 모드들로 표현 되어진다고 가정하고 식(2)와 같은 형상함수<sup>(1)</sup>와 Galerkin Method를 이용하여 식(1)로부터 식(3)과 같은 행렬로 이루어진 지배방정식을 산출하였다.

$$\phi_1(x) = \begin{cases} x/x_d & 0 \leq x \leq x_d \\ (L-x)/(L-x_d) & x_d \leq x \leq L \end{cases} \quad (2)$$

$$\phi_{j+1}(x) = \sin \pi jx$$

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = \varphi_s F_s(t) + \varphi_d F_d(t) \quad (3)$$

여기서,  $M$ 은 질량행렬,  $C$ 는 감쇠행렬,  $K$ 는 강성 행렬,  $\varphi_s$ 는 가진력 벡터, 그리고  $\varphi_d$ 는 감쇠력 벡터이다.

## 2. 2. 반응동 감쇠기

본 연구에서 사용한 반응동 감쇠기는 그림 2에 나타난 전단 모드 MR 감쇠기이다.<sup>(3)</sup> 전단 모드

감쇠기는 두 개의 판 사이에 양면에 MR 유체가 흡수된 고무를 장착한 강판이 지나가는 구조를 가지고 있다. 이 강판이 케이블에 연결되어 MR 유체의 변화에 따라 감쇠력을 케이블에 전달하게 된다.

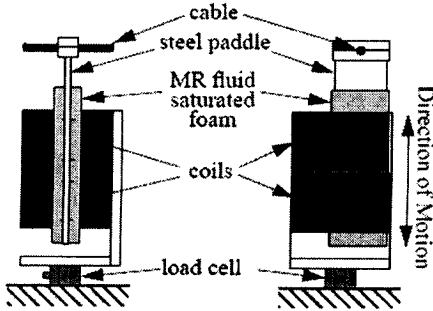


그림 2. 전단 모드 MR 감쇠기

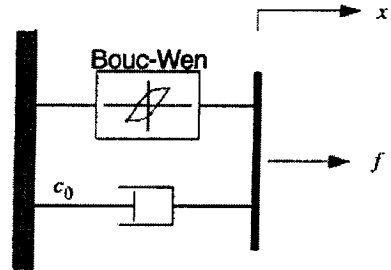


그림 3. 전단 모드 MR 감쇠기 모델

전단 모드 MR 감쇠기의 거동은 그림 3. 과 같이 Bouc-Wen 모델과 한 개의 점성 감쇠 요소를 사용하여 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.<sup>(3)</sup>

$$\begin{aligned}
 f &= c_0 \dot{x} + \alpha z \\
 \dot{z} &= -\gamma |\dot{x}| |z| |z|^{n-1} - \beta \dot{x} |z|^n + A \dot{x} \\
 \text{where } \alpha &= \alpha_a + \alpha_b \\
 c_0 &= c_{0a} + c_{0b} u \\
 \dot{u} &= -\eta(u - v)
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

여기서,  $c_{0a}, c_{0b}, \alpha_a, \alpha_b, n, \gamma, \beta$ , 그리고  $A$ 는 감쇠기의 특성을 나타내는 상수이다.

### 3. 제어 알고리즘

전단 모드 MR 감쇠기는 원하는 감쇠력을 직접 케이블에 전달할 수 없고, 감쇠기에 주어진 전압과 케이블의 거동에 따라 감쇠력이 정해진다. 따라서, 제어 알고리즘도 그러한 반응동 감쇠기의 특성을 고려하여 케이블의 거동에 따라 필요한 감쇠력을 발휘할 수 있는 감쇠기의 전압을 산정하는 식을 제안하고 있다. 각 제어 알고리즘에 대한 좀 더 자세한 내용은 참고문헌 (2)에 있다.

#### 3. 1. 이상적인 Clipped Optimal 제어 알고리즘 (Ideal Clipped Optimal Control Algorithm)<sup>(1)</sup>

Dyke 등이 제안한 반응동 감쇠기 제어 알고리즘으로 능동 감쇠기를 위해 제안된 LQR 또는

LQG 알고리즘과 반응동 감쇠기의 특성을 나타내는 알고리즘의 조합으로 이루어져있다. 반응동 감쇠기의 동적 거동을 무시하고 원하는 감쇠력을 케이블에 전달할 수 있다고 가정하여 식(5)과 같이 감쇠력을 산정한다.

$$F_d = F_d^{active} H(-F_d^{active}(t)\dot{v}(x_d, t)) \quad (5)$$

### 3. 2. Lyapunov 안정성 이론을 이용한 제어 알고리즘 (Lyapunov Stability Theory)<sup>(2)</sup>

Lyapunov 안정성 이론은 Lyapunov 함수를 도입하여 함수값의 변화율이 negative semidefinite 일때 그 시스템은 Lyapunov 관점에서 안정하다는 이론이다. 이 이론을 이용하여 최대한 Lyapunov 함수값이 음이 되도록 하는 감쇠력을 구조물에 전달하는 것이 제어 알고리즘의 목적이 된다. 이때, Lyapunov 함수에 따라 제어 알고리즘이 다양하게 제시될 수 있으며, 이 논문에서는 Leitmann(1994)이 반응동 제어기에 사용한 Lyapunov 이론을 사용하여 식(6)과 같이 전단 모드 MR 감쇠기에 주어지는 전압을 결정한다.

$$v_i = V_{\max} H((- \eta)^T P B F_d) \quad (6)$$

### 3. 3. MED(Maximum Energy Dissipation) 알고리즘<sup>(2)</sup>

MED(Maximum Energy Dissipation) 알고리즘은 구조물의 전체 진동 에너지를 감소시키도록 감쇠력을 산정하는 알고리즘으로, Lyapunov 함수로 상대적인 진동 에너지에 대한 함수를 사용하고 함수값이 최소가 되도록 유도한다. 이 알고리즘은 식(7)과 같이 감쇠기에 전달되는 전압을 결정한다.

$$v_i = V_{\max} H(-\dot{q}^T \phi_d F_d) \quad (7)$$

### 3. 4. Clipped Optimal 제어 알고리즘<sup>(2)</sup>

MR 감쇠기의 특성을 잘 나타내도록 Dyke 등이 제안한 알고리즘으로, Linear Optimal Controller 로부터 감쇠력을 산출한다. 그러나 MR 감쇠기의 특성상 구조물의 반응에 제한되어 작용되기 때문에 식(8)을 통하여 반응동 감쇠기가 최대한 산출된 감쇠력과 유사한 감쇠 효과를 발휘하도록 유도하는 알고리즘이다.

$$v_i = V_{\max} H(\{F_{d_{ci}} - F_d\} F_d) \quad (8)$$

### 3. 5. MHF(Modulated Homogeneous Friction) 알고리즘<sup>(2)</sup>

MHF(Modulated Homogeneous Friction) 알고리즘은 마찰 감쇠기를 위하여 Inaudi(1997)가 제안한 알고리즘이나 마찰 감쇠기와 MR 감쇠기의 거동상의 유사성으로 인하여 반능동 감쇠기에 대한 제어 알고리즘으로 사용할 수 있다. 이 알고리즘은 최대 변위가 일어나는 시점을 기준으로 감쇠력을 산정하며, 다음 최대 변위가 일어날 때까지 일정한 감쇠 효과를 구조물에 가하게 된다. 이때 감쇠력은 반능동 제어 장치의 변위에 비례하게 산정되며 반능동 감쇠기에 주어지는 입력 전압은 식 (9)을 통하여 결정된다.

$$v_i = V_{\max} H(F_{d_m} - |F_d|) \quad (9)$$

## 4. 수치해석

케이블 진동에 대하여 반능동 감쇠기의 진동 감쇠 효과를 알아보고 각 알고리즘의 성능을 비교하기 위해서 다음과 같은 모델에 대해 수치해석을 수행하였다. 알고리즘은 앞에서 소개한 이상적인 Clipped Optimal(Ideal Clipped Optimal) 제어 알고리즘, Lyapunov 안정성 이론에 근거한 제어 알고리즘(Control Algorithm Based on Lyapunov Stability Theory), MED(Maximum Energy Dissipation) 알고리즘, Clipped Optimal 제어(Clipped Optimal Control) 알고리즘 그리고 MHF(modulated Homogeneous Friction) 알고리즘을 사용하였다.

### 4. 1. 해석 대상 구조물의 제원

Richard 등이 수행한 실험과 동일한 케이블과 감쇠기를 대상으로 수치해석을 수행하였다<sup>(3)</sup>. 케이블과 감쇠기의 제원은 표 1. 과 표 2. 와 같다. 하중은 Gaussian 백색 잡음(White Noise)를 사용하여 RMS(Root Mean Square) 가진력이 3.5N이 되도록 하였다. 이때, 감쇠기의 최대 감쇠력은 10N, 최대 전압은 3V 이다.

표 1. 케이블 제원

항목	제원	항목	제원
케이블 길이 L	12.65 m	모달 감쇠비 $\zeta$	$\zeta_1 = 0.0015$
길이당 질량 m	0.747 kg/m		$\zeta_2 = 0.003$
			$\zeta_3 = 0.005$
			$\zeta_{2,4} = 0.0005$
케이블 장력 T	2172 N	자유진동수 $\omega_0$	2.89 Hz

표 2. 전단 모드 MR 감쇠기 상수

항목	상수 값	항목	상수 값
$\gamma$	$1.3 \times 10^5$	$c_{0b}$	125
$n$	1	$\alpha_a$	70
$\beta$	$1.3 \times 10^5$	$\alpha_b$	700
$A$	200	$\eta$	70
$c_{0a}$	50		

#### 4. 2. 해석 결과

반응동 감쇠기와 제어 알고리즘의 성능을 평가하기 위하여 케이블의 중앙지점과 케이블 길이의 1/4지점 중 가진기와 가까운 지점에서의 최대변위를 비교하였다. 또한, 케이블의 특성상 전 영역의 변위를 나타내기 위하여 RMS 변위와 RMS 속도를 비교하고<sup>(1)</sup>, 제어 알고리즘의 성능을 평가하는 또 다른 척도인 RMS 감쇠력을 산정하였다

##### 4. 2. 1. 최대 변위

그림 1. 과 그림 2. 에서 알 수 있듯이, 제어하지 않은 경우에 비하여 이상적인 Clipped optimal(Ideal Clipped Optimal) 제어 알고리즘이 가장 뛰어난 성능을 보여준다. 그러나 이상적인 Clipped Optimal 제어 알고리즘은 감쇠기의 동적 거동을 무시하고 감쇠기의 용량이 무한대라고 가정하였기 때문에, 실제 상황에는 적용 될 수 없다. 이에 반해, 다른 제어 알고리즘은 위의 사항을 모두 적용하여 실제 상황에 사용할 수 있으며, 그러한 알고리즘 중에서는 Lyapunov 안정성 이론에 기반한 알고리즘(Control Algorithm Based on Lyapunov Control Theory) 이 가장 좋은 성능을 보여준다.

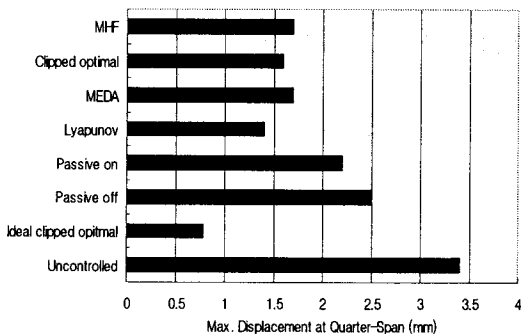


그림 4. 케이블 중앙에서 발생한 최대 변위

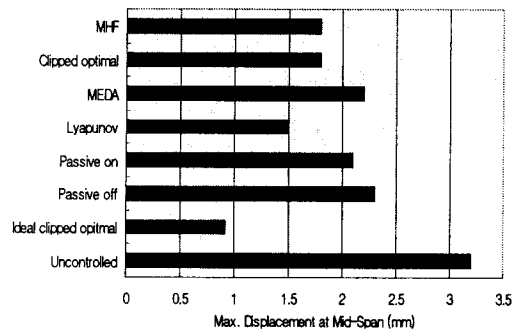


그림 5. 케이블 길이의 1/4 지점에서 발생한 최대 변위

##### 4. 2. 2. RMS 변위와 RMS 속도

그림 6. 과 그림 7. 에서 알 수 있듯이, RMS 변위와 RMS 속도의 결과도 최대 변위와 같은 경향을 보여주고 있으며, 나아가 반능동 감쇠기를 설치하였을 때 케이블 전 영역에 대한 RMS 변위와 RMS 속도가 최대 변위보다 더 큰 폭으로 감소 하였다는 것을 알 수 있다. 이는 반능동 감쇠기가 케이블에서 뛰어난 성능을 발휘 할 수 있다는 잠재력을 의미한다.

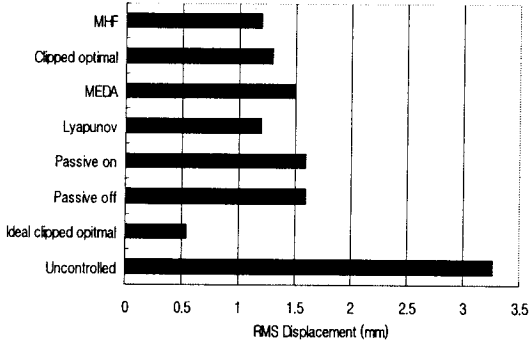


그림 6. 케이블 전 영역의 RMS Displacement

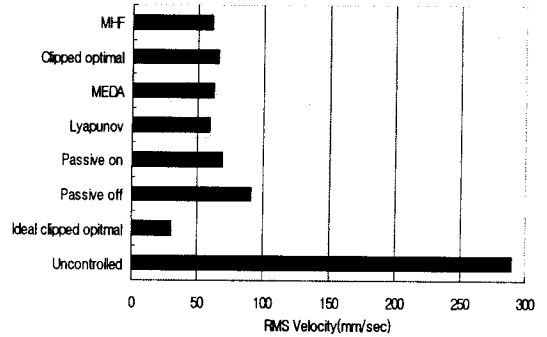


그림 7. 케이블 전 영역의 RMS Velocity

#### 4. 2. 3. RMS 감쇠력

RMS 감쇠력은 간접적으로 감쇠기의 효율성을 나타내므로 제어 알고리즘의 성능을 평가하는 척도가 될 수 있다. 표 3. 에서 알 수 있듯이, 가장 좋은 성능을 보였던 Lyapunov 안정성 이론에 기반한 제어 알고리즘의 RMS 감쇠력이 최대 감쇠력(10N)에 가장 근접한 값을 갖으며, 이는 알고리즘이 반능동 제어기를 가장 효율적으로 사용한다는 것을 의미한다.

표 3. 제어 알고리즘에 따른 RMS 감쇠력

제어 알고리즘	감쇠력의 평방자승제곱근(N)
Passive Off	8.70
Passive On	9.90
Lyapunov Stability Theory	9.96
MED Algorithm	9.58
Clipped Optimal Control Algorithm	9.49
MHF Algorithm	9.91

### 5. 결론

본 논문에서는 수치해석을 통하여 케이블 진동 제어에 대한 반능동 감쇠기의 성능을 알아보았다. 수치해석은 12.56m 의 실제 사장케이블에 반능동 감쇠기와 가진기를 설치한 모델을 대상으로 수행되었으며, 다양한 제어 알고리즘을 사용하여 각 알고리즘의 성능을 평가하였다. 그 결과 반능동 감쇠기가 설치된 케이블의 경우 진동이 크게 감소하였음을 확인하였고, 다양한 제어 알고리즘 중에서 이상적인 Clipped Optimal(Ideal Clipped Optim) 제어 알고리즘과 Lyapunov 안정성 이론에 기반한 제어 알고리즘(Control Algorithm Based on Lyapunov Stability Theory)이 좋은 성능을 보였다. 그 중 Lyapunov 안정성 이론에 기반한 제어 알고리즘은 케이블 중앙지점의 최대변위를 54%, 케이블 길이의 1/4지점에서의 최대 변위를 59%, 케이블 전 영역의 RMS 변위를 64%, 그리고 케이블 전 영역의 RMS 속도를 80% 감소시키는 우수한 성능을 보였다.

## 감사의 글

이 논문은 2003 년도 한국학술진흥재단의 지원 (KRF-2003-003-D00460)에 의하여 연구되었으므로 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

1. Johnson, Erik A., Baker, Greg A., Spencer, Jr., B. F., and Fujino, Yozo, "Semiactive Damping of Stay Cables Neglecting Sag," ASCE Journal of Engineering Mechanics, 2002
2. Jansen, Laura M., and Dyke, Shirley J., "Semiactive Control Strategies for MR Dampers: Comparative Study," Journal of Engineering Mechanics, Vol. 126, No. 8, August, 2000
3. Christenson, Richard E., "Semiactive Control of Civil Structures for Natural Hazard Mitigation: Analytical and Experimental Studies," Ph.D. Dissertation, Department of Civil Engineering and Geological Sciences, Notre Dame, Indiana, 2001
4. Pacheco, Benito M., Fujino, Yozo, and Sulekh, Ajai, "Estimation Curve for Modal Damping in Stay Cables with Viscous Damper," Journal of Structural Engineering, Vol. 119, No. 6, June, 1993
5. Inaudi, J. A., "modulated Homogeneous Friction: A semi-active damping strategy," Earthquake Engrg. And Struct. Dyn., 26(3), 361-376
6. Leitmann, G., "Semiactive Control for Vibration Attenuation," Journal of Intelligent Mat. Sys. And Struct., 5, September, 841-846