

# 사장케이블을 위한 다양한 반능동 제어 알고리즘의 성능평가

## Comparative Study on Performances of Various Semiactive Control Algorithms for Stay Cables

장지은<sup>1)</sup>      정형조<sup>2)</sup>      윤우현<sup>3)</sup>      이인원<sup>4)</sup>  
*Jang, Ji-Eun    Jung, Hyung-Jo    Yoon, Woo-Hyun    Lee, In-Won*

**요약:** 사장케이블은 감쇠비가 매우 작기 때문에 풍하중과 활하중에 의한 진동에 매우 민감하다. 이에 따라 사장교의 안정성과 사용성에 있어서 케이블의 진동제어가 중요한 문제로 대두되어왔다. 이러한 문제를 해결하는 방법으로 공기역학적 방법이 소극적으로 사용되어 왔으나, 최근 감쇠기를 설치함으로써 케이블의 진동을 효과적으로 제어할 수 있다는 연구 결과들이 발표되었다. 특히 반능동 제어 장치는 수동 감쇠기보다 우수한 효과를 발휘하면서 능동 제어 장치의 단점을 보완하여 케이블의 진동제어에 매우 효율적이다. 본 연구에서는 수치 해석을 통하여 이러한 반능동 제어 장치를 케이블에 설치하였을 때의 감쇠 성능과 여러 반능동 감쇠기의 제어 알고리즘을 적용하였을 때의 감쇠 성능을 비교 분석하였다.

**Abstract:** Stay cables, such as are used in cable-stayed bridges, are prone to vibration due to their low inherent damping characteristics. Several methods have been proposed and implemented to mitigate this problem, though each has its limitations. Recently some studies have shown that semiactive dampers can potentially achieve performance levels nearly the same as comparable active devices with few of the detractors. This paper presents the results of a study to evaluate the performance of semiactive dampers for mitigating the vibration of stay cables. Moreover, a number of recently proposed semiactive control algorithms are formulated for use with shear mode MR damper to compare the efficiency of each algorithm through numerical simulation.

핵심용어 : 사장케이블, 반능동 감쇠기, 반능동 제어 알고리즘, 전단모드 MR 유체 감쇠기

Keyword : Stay Cables, Semiactive Dampers, Semiactive Control algorithms, Shear mode MR damper,

### 1. 서론

최근 우리나라뿐만 아니라 세계적으로 사장교의 건설이 증가하고 있으나, 교량의 장대화로 야기된 여러 가지 기술적 문제는 미결로 남아있는 상태이다. 특히, 사장교의 주요 요소인 케이블은 매우 유연하며 낮은 감쇠비를 갖기 때문에, 풍하중과 활하중으로 인하여 발생하는 진동에 민감하게 반응하게 된다. 이는 케이블과 케이블 연결부위의 파손을 유발하여 사용기간을 감소시키거나 부식방지처리의 손상으로 인한 잠재적인 문

제를 발생시킬 수 있다. 현재까지는 케이블의 진동을 감소시키기 위하여 부분적으로 케이블의 표면을 변화시키거나 수동 감쇠기를 설치하는 방법 등이 소극적으로 사용되었으나, 최근들어 능동 감쇠기와 반능동 감쇠기를 설치하여 케이블의 진동을 매우 효과적으로 감소시킬 수 있다는 연구들이 발표되어왔다. 본 논문은 수치해석을 통하여 이러한 반능동 감쇠기의 성능을 살펴보고, 나아가 반능동 제어 알고리즘으로 제안된 여러 알고리즘을 적용하여 케이블의 진동 제어에 대한 각 알고리즘의 성능을 평가하였다.

### 2. 사장케이블과 자기유변 유체 감쇠기

\* 한국과학기술원, 건설 및 환경공학과, 석사과정  
 \*\* 세종대학교, 토목환경공학과, 조교수  
 \*\*\* 경원대학교, 산업환경대학원, 부교수  
 \*\*\*\* 한국과학기술원 건설 및 환경공학과, 정교수

## 2. 1. 사장 케이블

사장 케이블은 큰 장력이 가해지기 때문에 일반적으로 작은 처짐을 갖는다. 따라서, 본 연구에서는 그림 1. 과 같이 처짐을 갖지 않는 이상적인 사장 케이블을 대상으로 하며, 이때 케이블의 지배 미분 방정식은 식(1)과 같다.

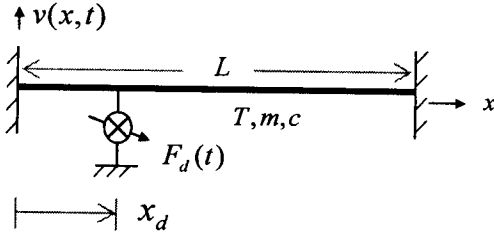


그림 1. 반능동 감쇠기가 설치된 케이블 모델

$$\begin{aligned} m\ddot{v}(x,t) + c\dot{v}(x,t) - Tv''(x,t) \\ = f(x,t) + F_d(t)\delta(x - x_d) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $v(x,t)$  는 케이블의 수직방향의 변위,  $F_d(t)$  는 반능동 감쇠기로부터 케이블에 전달되는 감쇠력,  $f(x,t)$  는 외부 하중,  $L$  은 케이블의 길이,  $T$  는 케이블의 장력,  $m$  은 케이블의 길이당 질량, 그리고  $c$  는 케이블의 길이당 감쇠 계수이다.

케이블의 수직방향의 변위 형상이 유한한 케이블의 모드들로 표현 되어진다고 가정하고 식(2-1),(2-2)와 같은 형상함수<sup>(1)</sup>와 Galerkin Method를 이용하여 식(1)로부터 식 (3)과 같은 행렬로 이루어진 지배방정식을 산출하였다.

$$\phi_1(x) = \begin{cases} x/x_d & 0 \leq x \leq x_d \\ (L-x)/(L-x_d) & x_d \leq x \leq L \end{cases} \quad (2-1)$$

$$\phi_{j+1}(x) = \sin \pi jx \quad (2-2)$$

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = f(t) + \phi F_d(t) \quad (3)$$

여기서,  $M$  은 질량행렬,  $C$  는 감쇠행렬,  $K$  는 강성 행렬,  $f$  는 하중 벡터, 그리고  $\phi_d$  는 감쇠력 벡터이다.

## 2. 2. 반능동 감쇠기

본 연구에서 사용한 반능동 감쇠기는 그림 2에 나타난

전단 모드 MR 감쇠기이다.<sup>(3)</sup> 전단 모드 감쇠기는 두 개의 판 사이에 양면에 MR 유체가 흡수된 고무를 장착한 강판이 지나가는 구조를 가지고 있다. 이 강판이 케이블에 연결되어 MR 유체의 변화에 따라 감쇠력을 케이블에 전달하게 된다. 이때, 전단 모드 MR 감쇠기의 거동은 그림 3. 과 같이 Bouc-Wen 모델과 한 개의 점성 감쇠 요소를 사용하여 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.<sup>(3)</sup>

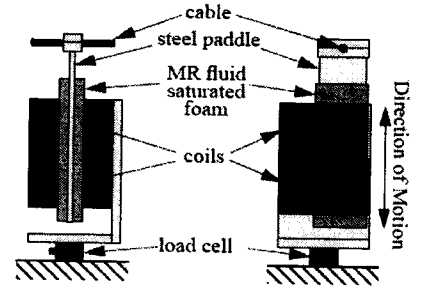


그림 2. 전단 모드 MR 감쇠기

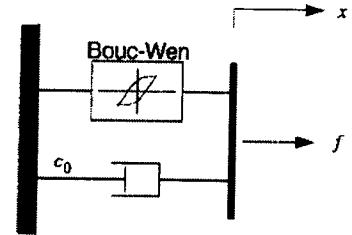


그림 3. 전단 모드 MR 감쇠기 모델

$$\begin{aligned} f &= c_0\dot{x} + \alpha z \\ \dot{z} &= -\gamma|\dot{x}|z|z|^{n-1} - \beta\dot{x}|z|^n + A\dot{x} \\ \text{where } \alpha &= \alpha_a + \alpha_b \\ c_0 &= c_{0a} + c_{0b}u \\ \dot{u} &= -\eta(u - v) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,  $c_{0a}$ ,  $c_{0b}$ ,  $\alpha_a$ ,  $\alpha_b$ ,  $n$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$ , 그리고  $A$  는 감쇠기의 특성을 나타내는 상수이다.

## 3. 제어 알고리즘

전단 모드 MR 감쇠기는 원하는 감쇠력을 직접 케이블에 전달할 수 없고, 감쇠기에 주어진 전압과 케이블의 거동에 따라 감쇠력이 정해진다. 따라서, 제어 알고리즘도 그러한 반능동 감쇠기의 특성을 고려하여 케이블의 거동에 따라 필요한 감쇠력을 발휘할 수 있는 감쇠기의 전압

을 산정하는 식을 제안하고 있다. 각 제어 알고리즘에 대한 좀 더 자세한 내용은 참고문헌 (2)에 있다.

### 3. 1. 이상적인 Clipped Optimal 제어 알고리즘 (Ideal Clipped Optimal Control Algorithm)<sup>(1)</sup>

Dyke 등이 제안한 반응동 감쇠기 제어 알고리즘으로 능동 감쇠기를 위해 제안된 LQR 또는 LQG 알고리즘과 반응동 감쇠기의 특성을 나타내는 알고리즘의 조합으로 이루어져있다. 반응동 감쇠기의 동적 거동을 무시하고 원하는 감쇠력을 케이블에 전달할 수 있다고 가정하여 식(5)과 같이 감쇠력을 산정한다.

$$F_d = F_d^{active} H(-F_d^{active}(t)\dot{v}(x_d, t)) \quad (5)$$

### 3. 2. Lyapunov 안정성 이론을 이용한 제어 알고리즘 (Lyapunov Stability Theory)<sup>(2)</sup>

Lyapunov 안정성 이론은 Lyapunov 함수를 도입하여 함수값의 변화율이 negative semidefinite 일때 그 시스템은 Lyapunov 관점에서 안정하다는 이론이다. 이 이론을 이용하여 최대한 Lyapunov 함수값이 음이 되도록 하는 감쇠력을 구조물에 전달하는 것이 제어 알고리즘의 목적이 된다. 이때, Lyapunov 함수에 따라 제어 알고리즘이 다양하게 제시될 수 있으며, 이 논문에서는 Leitmann(1994)이 반응동 제어기에 사용한 Lyapunov 이론을 사용하여 식(6)과 같이 전단 모드 MR 감쇠기에 주어지는 전압을 결정한다.

$$v_i = V_{max} H((-η)^T PBF_d) \quad (6)$$

### 3. 3. MED(Maximum Energy Dissipation) 알고리즘<sup>(2)</sup>

MED(Maximum Energy Dissipation) 알고리즘은 구조물의 전체 진동 에너지를 감소시키도록 감쇠력을 산정하는 알고리즘으로, Lyapunov 함수로 상대적인 진동 에너지에 대한 함수를 사용하고 함수값이 최소가 되도록 유도한다. 이 알고리즘은 식(7)과 같이 감쇠기에 전달되는 전압을 결정한다.

$$v_i = V_{max} H(-\dot{q}^T \phi_d F_d) \quad (7)$$

### 3. 4. Clipped Optimal 제어 알고리즘<sup>(2)</sup>

MR 감쇠기의 특성을 잘 나타내도록 Dyke 등이 제안한 알고리즘으로, Linear Optimal Controller로부터 감쇠력을 산출한다. 그러나 MR 감쇠기의 특성상 구조물의 반응에 제한되어 작용되기 때문에 식(8)을 통하여 반응동 감쇠기가 최대한 산출된 감쇠력과 유사한 감쇠 효과를 발휘하도록 유도하는 알고리즘이다.

$$v_i = V_{max} H(\{F_{d_{ci}} - F_d\}F_d) \quad (8)$$

### 3. 5. MHF(Modulated Homogeneous Friction) 알고리즘<sup>(2)</sup>

MHF(Modulated Homogeneous Friction) 알고리즘은 마찰 감쇠기를 위하여 Inaudi(1997)가 제안한 알고리즘이나 마찰 감쇠기와 MR 감쇠기의 거동상의 유사성으로 인하여 반응동 감쇠기에 대한 제어 알고리즘으로 사용할 수 있다. 이 알고리즘은 최대 변위가 일어나는 시점을 기준으로 감쇠력을 산정하며, 다음 최대 변위가 일어날 때까지 일정한 감쇠 효과를 구조물에 가하게 된다. 이때 감쇠력은 반응동 제어 장치의 변위에 비례하게 산정되며 반응동 감쇠기에 주어지는 입력 전압은 식(9)을 통하여 결정된다.

$$v_i = V_{max} H(F_{d_m} - |F_d|) \quad (9)$$

## 4. 수치해석

케이블 진동에 대하여 반응동 감쇠기의 진동 감쇠 효과를 알아보고 각 알고리즘의 성능을 비교하기 위해서 다음과 같은 모델에 대해 수치해석을 수행하였다. 알고리즘은 앞에서 소개한 이상적인 Clipped Optimal(Ideal Clipped Optimal) 제어 알고리즘, Lyapunov 안정성 이론에 근거한 제어 알고리즘(Control Algorithm Based on Lyapunov Stability Theory), MED(Maximum Energy Dissipation) 알고리즘, Clipped Optimal 제어(Clipped Optimal Control) 알고리즘, 그리고 MHF (Modulated Homogeneous Friction) 알고리즘을 사용하였다.

### 4. 1. 해석 대상 구조물의 제원

Christenson이 수행한 실험과 동일한 케이블과 감쇠기를 대상으로 수치해석을 수행하였다<sup>3)</sup>. 케이블과 감쇠기의 제원은 표 1. 과 표 2. 와 같다.

표 1. 케이블 제원

항목	제원
케이블 길이 L	12.65 m
길이당 질량 m	0.747 kg/m
케이블 장력 T	2172 N
모달 감쇠비 $\zeta$	$\zeta_1 = 0.0015$ $\zeta_2 = 0.003$ $\zeta_3 = 0.005$ $\zeta_{i \geq 4} = 0.0005$
자유진동수 $\omega_0$	2.89 Hz

표 2. 전단 모드 MR 감쇠기 상수

항목	상수 값	항목	상수 값
$\gamma$	$1.3 \times 10^5$	$c_{0b}$	125
$n$	1	$\alpha_a$	70
$\beta$	$1.3 \times 10^5$	$\alpha_b$	700
$A$	200	$\eta$	70
$c_{0a}$	50		

감쇠기의 최대 감쇠력은 10N, 최대 전압은 3V 이다.

## 4. 2. 하중

케이블에 적용되는 하중은 케이블 전 영역에 작용하는 분포하중으로, Gaussian 백색 잡음(White Noise)과 Samali 등이 수행한 풍동실험으로부터 얻은 풍하중을 사용하였다<sup>7)</sup>. 이때, 풍하중의 시간이력 곡선은 그림 4. 와 같다.

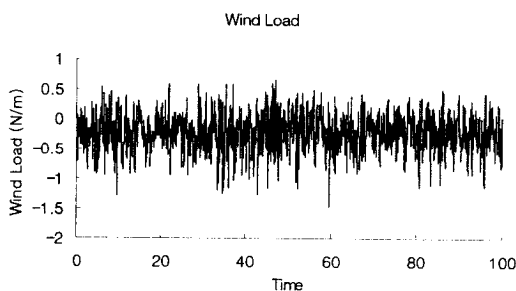


그림 4. 풍하중 시간이력 곡선

## 4. 3. 해석 결과

비능동 감쇠기와 제어 알고리즘의 성능을 평가하기 위하여 케이블의 중앙지점과 케이블 길이의 1/4지점에서의 최대변위를 비교하였다. 또한, 케이블의 특성상 전 영역의 변위를 나타내기 위하여 RMS 변위와 RMS 속도를 비교하고<sup>1)</sup>, 제어 알고리즘의 성능을 평가하는 또 다른 척도인 RMS 감쇠력을 산정하였다

### 4. 2. 1. 가우시안 백색 잡음

분포 하중으로 가우시안 백색 잡음을 적용한 경우 수치 해석 결과는 그림5, 그림6, 그림7, 그림8과 같다.

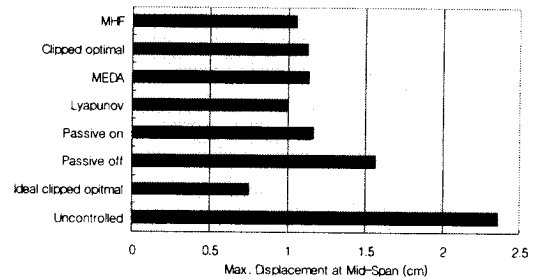


그림 5. 케이블 중앙에서 발생한 최대 변위

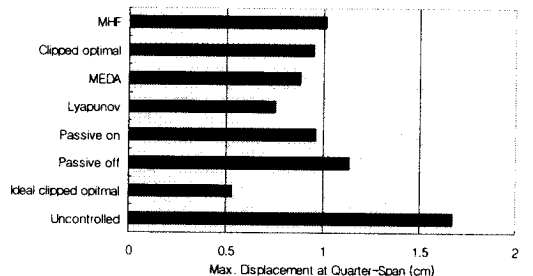


그림 6. 케이블 길이의 1/4 지점에서 발생한 최대 변위

케이블의 중앙지점과 케이블 길이의 1/4지점에서의 최대변위를 비교한 경우, 그림 5. 과 그림 6. 에서 알 수 있듯이, 제어하지 않은 경우에 비하여 이상적인 Clipped optimal(Ideal Clipped Optimal) 제어 알고리즘이 매우 뛰어난 성능을 보여준다. 그러나 이상적인 Clipped Optimal 제어 알고리즘은 감쇠기의 동적 거동을 무시하고 감쇠기의 용량이 무한대라고 가정하였기 때문에, 실제 상황에는 적용될 수 없다. 이에 반해, 다른 제어 알고리즘은 위의 사항

을 모두 적용하여 실제 상황에 사용할 수 있으며, 그러한 알고리즘 중에서는 Lyapunov 안정성 이론에 기반한 알고리즘(Control Algorithm Based on Lyapunov Control Theory) 이 가장 좋은 성능을 보여준다.

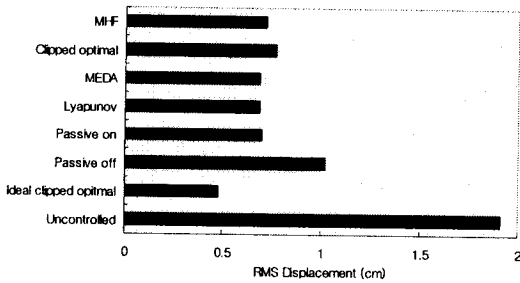


그림 7. 케이블 전 영역의 RMS Displacement

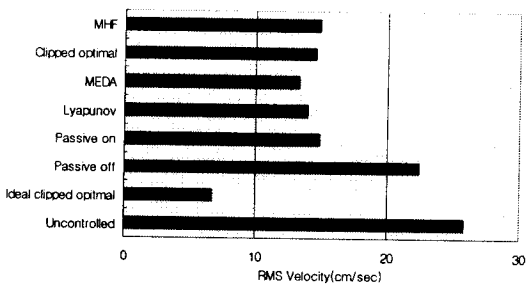


그림 8. 케이블 전 영역의 RMS Velocity

또한, 그림 7.과 그림 8.로부터 반응동 제어 시스템이 RMS 변위와 RMS 속도를 크게 감소시킨다는 것을 확인할 수 있으며, 적용된 여러 알고리즘 중, MED(Maximum Energy Dissipation)알고리즘이 가장 좋은 성능을 보였다. 나아가 반응동 감쇠기를 설치하였을 때 케이블 전 영역에 대한 RMS 변위가 최대변위의 경우에 비하여 크게 감소하였음을 알 수 있는데, 이는 반응동 감쇠기가 케이블에서 뛰어난 성능을 발휘 할 수 있다는 잠재력을 의미한다. 이때, 각 알고리즘을 적용한 경우 RMS 감쇠력은 표 3. 과 같다.

#### 4. 2. 2. 풍하중

분포 하중으로 풍하중을 적용한 경우 수치해석 결과는 그림 9, 그림 10, 그림 11, 그림12.와 같다.

가우시안 백색 잡음을 하중으로 적용한 경우와 유사한 경향을 보여주며, 제어하지 않은 경우에 비하여 최대변위가 크게 감소하였음을 알 수 있다.

표 3. 제어 알고리즘에 따른 RMS 감쇠력

제어 알고리즘	감쇠력의 평방자승제곱근(N)
Passive Off	5.46
Passive On	8.74
Lyapunov Stability Theory	7.47
MED Algorithm	5.84
Clipped Optimal Control Algorithm	5.06
MHF Algorithm	8.65

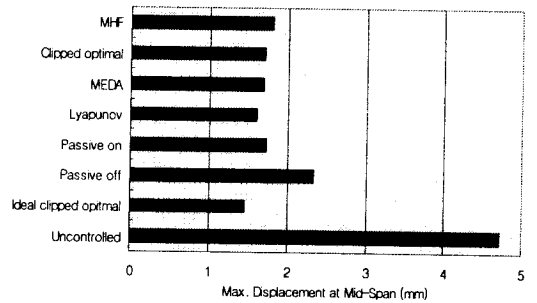


그림 9. 케이블 중앙에서 발생한 최대 변위

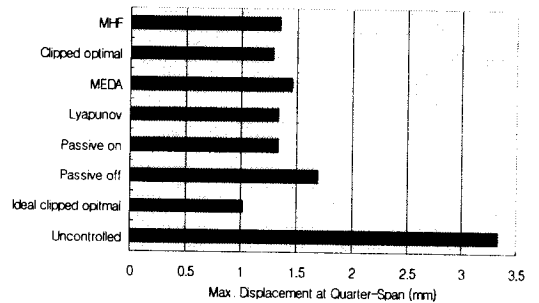


그림 10. 케이블 길이의 1/4 지점에서 발생한 최대 변위

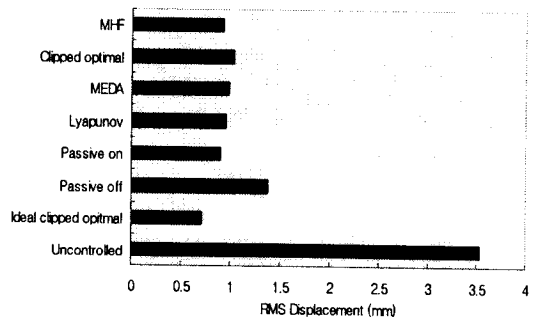


그림 11. 케이블 전 영역의 RMS Displacement

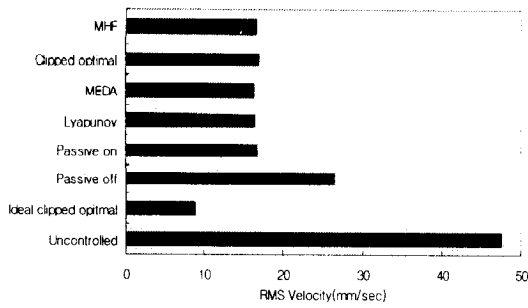


그림 12. 케이블 전 영역의 RMS Velocity

또한, 그림 11. 과 그림 12.로부터 풍하중을 적용한 경우 Passive Off 모드를 제외한 모든 알고리즘이 유사한 성능을 보여주며 제어하지 않은 경우에 비하여 RMS 변위와 RMS 속도가 크게 감소하였음을 알 수 있다.

이때, 각 알고리즘을 사용한 경우 RMS 감쇠력은 표 4.와 같다.

표 4. 제어 알고리즘에 따른 RMS 감쇠력

제어 알고리즘	감쇠력의 평방자승제곱근(N)
Passive Off	5.76
Passive On	8.79
Lyapunov Stability Theory	7.61
MED Algorithm	6.21
Clipped Optimal Control Algorithm	5.41
MHF Algorithm	8.73

## 5. 결론

본 논문에서는 수치해석을 통하여 케이블 진동 제어에 대한 반능동 감쇠기의 성능을 알아보았다. 수치해석은 12.56m의 실제 사장케이블에 반능동 감쇠기와 가진기를 설치한 모델을 대상으로 수행되었으며, 다양한 제어 알고리즘을 사용하여 각 알고리즘의 성능을 평가하였다. 그 결과 반능동 감쇠기가 설치된 케이블의 경우 진동이 크게 감소하였음을 확인하였고, 다양한 제어 알고리즘 중에서 Lyapunov 안정성 이론에 기반한 제어 알고리즘(Control Algorithm Based on Lyapunov Stability Theory)과 MEDA(Maximum Energy Dissipation) 알고리즘이 좋은 성능을 보였다. 그 중

Lyapunov 안정성 이론에 기반한 제어 알고리즘은 가우시안 백색 잡음을 하중으로 가하였을 때, 케이블 중앙지점의 최대 변위를 69%, 케이블 길이의 1/4지점에서의 최대 변위를 78%, 케이블 전 영역의 RMS 변위를 70%, 그리고 케이블 전 영역의 RMS 속도를 52% 감소시키고, 풍하중을 가하였을 때 케이블 중앙지점의 최대변위를 50%, 케이블 길이의 1/4지점에서의 최대 변위를 61%, 케이블 전 영역의 RMS 변위를 71%, 그리고 케이블 전 영역의 RMS 속도를 44%를 감소시키는 매우 좋은 성능을 보였다.

## 6. 감사의 글

이 논문은 2003 년도 한국학술진흥 재단의 지원(KRF-2003-003-D00460)에 의하여 연구되었으므로 이에 감사 드립니다.

## 7. 참고문헌

1. Johnson, Erik A., Baker, Greg A., Spencer, Jr., B. F., and Fujino, Yozo, "Semiactive Damping of Stay Cables Neglecting Sag," ASCE Journal of Engineering Mechanics, 2002
2. Jansen, Laura M., and Dyke, Shirley J., "Semiactive Control Strategies for MR Dampers: Comparative Study," Journal of Engineering Mechanics, Vol. 126, No. 8, August, 2000
3. Christenson, Richard E., "Semiactive Control of Civil Structures for Natural Hazard Mitigation: Analytical and Experimental Studies," Ph.D. Dissertation, Department of Civil Engineering and Geological Sciences, Notre Dame, Indiana, 2001
4. Pacheco, Benito M., Fujino, Yozo, and Sulekh, Ajai, "Estimation Curve for Modal Damping in Stay Cables with Viscous Damper," Journal of Structural Engineering, Vol. 119, No. 6, June, 1993
5. Inaudi, J. A., "modulated Homogeneous Friction: A semiactive damping strategy," Earthquake Engrg. And Struct. Dyn., 26(3), 361-376
6. Leitmann, G., "Semiactive Control for Vibration Attenuation," Journal of Intelligent Mat. Sys. And Struct., 5, September, 841-846
7. B. Samali., "Wind Tunnel Tests for Wind-Excited Benchmark Building," Journal of Engineering Mechanics, Vol.130, No.4, April 1, 2004