

μ-합성법을 이용한 복합시스템의 제어

Control of a Hybrid System Using a μ-Synthesis Method

박규식* · 윤우현** · 고만기*** · 이인원****

Park, Kyu-Sik · Yoon, Woo-Hyun · Ko, Man-Gi · Lee, In-Won

1. 서 론

복합제어 시스템은 일반적으로 수동과 능동제어 장치가 결합된 시스템이다. 이러한 제어시스템은 복합의 제어장치를 사용하기 때문에 수동이나 능동제어 장치만을 사용할 경우에 발생할 수 있는 문제점을 완화시킬 수 있다. 따라서 제어성능의 향상이 가능하고 능동제어 시스템에 비해 신뢰성과 강인성(robustness)이 뛰어나다. 하지만 수치모델과 실제구조물과의 차이와 다양한 불확실성(uncertainty)으로 인해 발생하는 능동제어 장치의 오작동 때문에 전체적인 강인성이 저하될 수 있다. 따라서 복합제어 시스템의 강인성을 향상시키기 위해 능동 제어기의 강인성을 확보할 수 있는 제어 알고리즘을 사용해야 한다.

본 연구에서는 납고무받침(Lead Rubber Bearing)과 유압식 가력기(Hydraulic Actuator)가 결합된 복합제어 시스템을 지진하중을 받는 사장교의 진동제어를 위해 사용하였다. 납고무받침은 교량에 전달되는 지진하중을 감소시키고 유압식 가력기는 상판변위(납고무받침의 변형량)와 같은 구조물의 응답을 추가적으로 감소시키기 위해 사용하였다. 유압식 가력기의 강인성을 향상시키기 위해 강인 제어알고리즘의 일종인 μ-합성법을 사용하였다. 제안된 복합제어 시스템의 제어성능과 강인성을 검증하기 위해 LQG 제어 알고리즘만을 사용한 복합제어 시스템의 결과와 비교하였다.

2. 복합제어 시스템

2.1 제어장치 및 센서

본 연구에서 사용된 납고무받침의 물성치는 Ali 와 Abdel-Ghaffar(1995)가 추천한 방법으로 설계한 박규식 등(2002)의 논문의 값을 사용하였으며 총 24개의 납고무받침을 사용하였다. 능동제어 장치로는 지진하중을 받는 사장교를 위한 벤치마크 문제(Dyke 등, 2003)에서 사용한 용량 1000 kN 인 총 24개의 유압식 가력기를 사용하였다. 유압식 가력기는 동적거동을 무시하여 이상적인 거동을 한다고 가정하였다.

센서로는 5개의 가속도계와 4개의 변위계를 사용하였으며 모든 센서는 교축방향의 응답을 측정하고 동적 거동은 무시하여 이상적인 센서로 가정하였다.

2.2 μ-합성법

복합제어 시스템은 수동제어 장치의 강인성으로 인해 능동제어 시스템에 비해 뛰어난 강인성을 가지고 있다. 하지만 수치모델과 실제구조물이 차이 때문에 비정상적인 능동제어 신호로 인하여 제어기의 강인성에 문제가 발생할 수 있다. 따라서 유압식 가력기의 강인성을 증가시키기 위해 μ-합성법을 사용하였다. 강인성(robust performance)은 섭동(perturbation)을 포함한 시스템의 구조화된 특이치(structured singular value)를 이용하여 평가할 수 있다.

*한국과학기술원 건설 및 환경공학과 박사 후 연수과정 · 공학박사 · E-mail:kyusik@kaist.ac.kr - 발표자
 **정회원 · 경원대학교 산업환경대학원 부교수 · 공학박사 · E-mail:ywh@mail.kyungwon.ac.kr
 ***정회원 · 공주대학교 토목공학과 교수 · 공학박사 · E-mail:mgko@mail.kongju.ac.kr
 ****정회원 · 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 교수 · 공학박사 · E-mail:iwlee@kaist.ac.kr

그림 1과 같은 정규화된 성능 사양과 섭동을 가진 표준 형태의 시스템이 강인성을 가지기 위한 필요충분 조건은 식 (1)과 같이 구조화된 특이치가 1보다 작으면 된다.

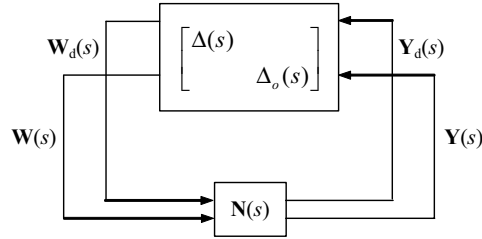


그림 1. 강인성 해석을 위한 표준형

여기서 $N(s)$ 시스템의 전달함수(transfer function) $P(s)$ 와 제어기의 전달함수 $K(s)$ 로 구성되는 폐회로 시스템(closed loop system)의 전달함수이고, $\Delta(s)$ 와 $\Delta_o(s)$ 는 각각 안정성과 성능에 관련된 섭동이다.

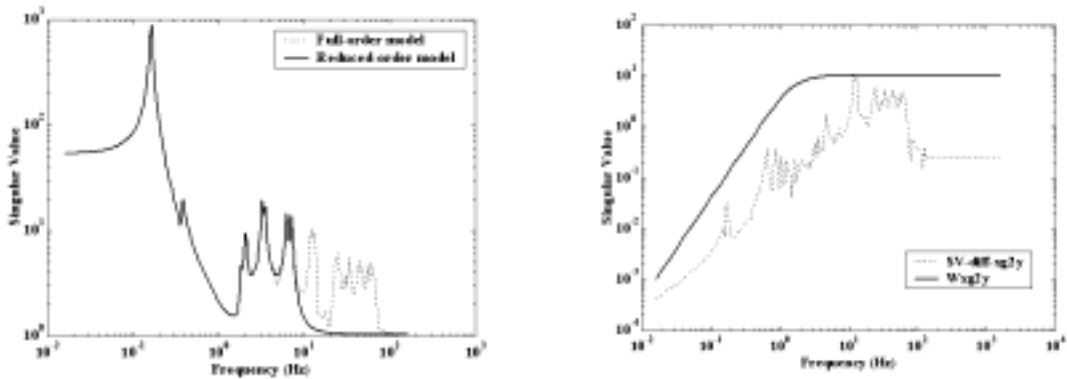
$$\sup_{\omega} \{ \mu_{\Delta} [N(j\omega)] \} < 1 \tag{1}$$

하지만 일반적으로 구조물의 구조화된 특이치를 직접 최소화하는 방법은 매우 어렵기 때문에 식 (2)와 같이 구조화된 특이치의 상한치를 최소화하게 된다. 이때 D-K 반복법(Burl, 1999)을 사용한다.

$$J = \sup_{\omega} \min_{\substack{\{d_1, d_2, \dots, d_p\} \\ d_i \in (0, \infty)}} \bar{\sigma} [D_R(j\omega)N(j\omega)D_L^{-1}(j\omega)] \tag{2}$$

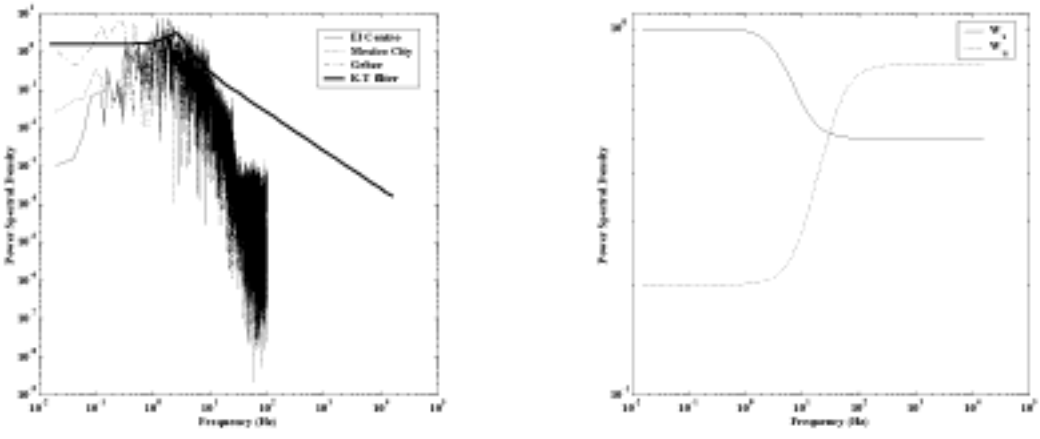
D-K 반복법은 폐회로 시스템의 ∞ -놈(norm)의 최적화와 D-스케일(scale)의 최적화를 교차로 수행하여 구조화된 특이치의 상한치를 최소화하게 된다. 앞의 설명과 같이 μ -합성법은 다른 제어알고리즘과 달리 제어기를 설계하는 단계에서 섭동을 직접 고려할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 설계모델(축소차수 모델)과 평가모델(전체차수 모델)의 차이를 고려하기 위한 섭동과 제어신호의 불확실성을 고려하기 위한 섭동을 제어기 설계에 포함시켰다. 일반적으로 제어기는 축소차수 모델을 통해 설계된다.

본 연구에서는 상대적으로 중요도가 작은 controllability grammian과 observability grammian을 응축하여 설계모델을 구성하였기 때문에 고주파 영역에서 그림 2(a)와 같이 축소전의 모델과 많은 차이를 보인다. 따라서 그림 2(b)와 같이 이러한 차이를 포함할 수 있는 덧셈적(additive) 섭동을 외부하중 w 와 측정치 y 사이에 고려하였다. 또한 곱셈적(multiplicative) 섭동은 제어기에 발생할 수 있는 여러 가지 불확실성을 고려하여 1%의 오차가 있다고 가정하였다. 2개의 섭동과 관련된 필터(filter) 이외에 제어성과 강인성 향상을 위해 3개의 필터를 추가적으로 고려하였다. LQG 제어 알고리즘에서 외부하중은 stationary white noise로 가정하였다. 하지만 그림 3(a)와 같이 일반적으로 지진하중은 저주파수에 에너지가 집중되어 있다. 따라서 이러한 지진하중의 특성을 묘사하기 위해 Kanai-Tajimi 필터를 고려하였다. 또한 제어기의 넘침효과(spillover effect)를 방지하기 위해 high-pass 필터를 사용하였고 제어력을 효과적으로 사용하기 위해 low-pass 필터를 제어출력에 사용하였다. 그림 3(b)는 이러한 제어력과 제어출력에 관한 필터이다. 제어성과 관련된 응답가중행렬은 최대응답 접근방법(박규식 등, 2002)을 사용해 결정하였다. 모든 주파수 가중 필터를 포함한 μ -제어기의 블록 다이어그램(block diagram)은 그림 4와 같다.



(a) 설계모델과 평가모델에서 외부하중과 측정치 사이의 특이치 (b) 설계모델과 평가모델에서 외부하중과 측정치 사이의 특이치 차이 및 불확실성 필터

그림 2. 설계모델과 평가모델의 특이치 차이와 덧셈적 불확실성 필터



(a) 지진하중 및 Kanai-Tajimi 필터 (b) 제어력 및 제어출력 가중 필터

그림 3. Kanai-Tajimi, 제어력 및 제어출력 필터

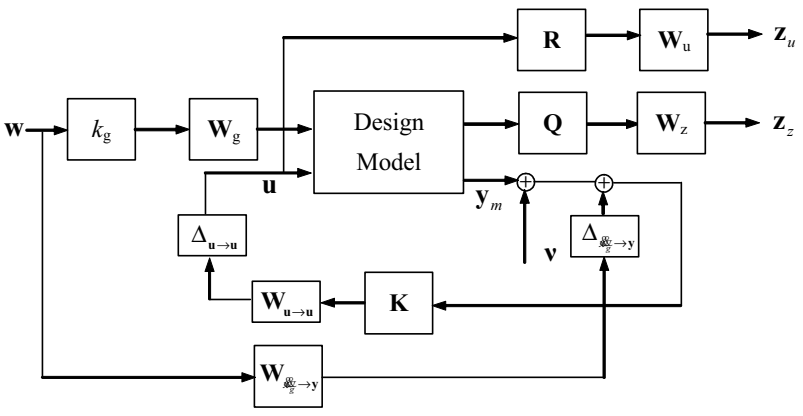
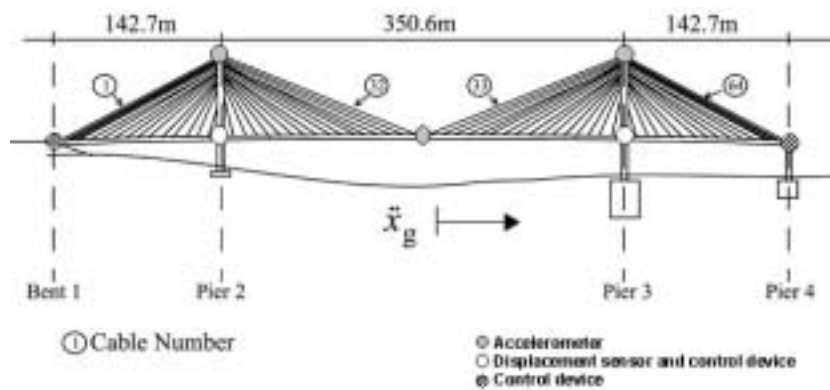


그림 4. 다양한 주파수 가중 필터를 포함함 H-제어기

3. 수치예제

3.1 교량 모델

본 연구에서 고려된 교량 모델은 사장교의 제어기법을 개발하기 위해 제시된 벤치마크 문제(Dyke 등, 2003)에서 고려한 Bill Emerson 교를 사용하였다. 이 교량은 그림 5(a)와 같이 2개의 주탑, 128개의 케이블 그리고 추가적인 2개의 교각으로 구성되었다. 벤치마크 문제에서는 평가모델 뿐만 아니라 각 제어방법의 성능을 평가하기 위한 18개의 평가기준이 제시되었다. 처음 6개의 평가기준은 제어기법의 성능을 고려하기 위한 교량의 최대응답에 관한 것이며, 두 번째 5개의 평가기준은 전체 해석시간에 대한 평균응답에 관한 것이다. 마지막 7개의 평가기준은 제어기 자체에 대한 제약조건에 관한 것이다. 교량모델, 평가기준, 입력지진 등에 관한 좀더 자세한 내용은 Dyke 등(2003)의 논문에 제시되어 있다.



(a) 제어장치와 센서 위치



(b) 제어장치의 배치(납고무받침+유압식 가력기)

그림 5. Bill Emerson 교의 개략도 및 제어장치와 센서 위치

3.2 수치해석 결과

3.2.1 제어성능

표 1은 3개의 지진(El Centro, Mexico City, Gebze)에 대한 평가기준의 최대값을 나타낸 것이다. 복합제어 시스템 1은 LQG 제어 알고리즘을 사용하였으며 비교를 위해 나타내었다. 유압식 가력기에 μ -합성법을 사용한 복합제어 시스템 2의 경우 LQG 제어 알고리즘을 사용한 복합제어 시스템과 유사한 제어성능을 보였다. 특히 μ -합성법을 사용한 경우 LQG 제어 알고리즘을 사용한 복합제어 시스템에 비해 상관변위(J_6)와 제어장치의 stroke(J_{13})가 28% 감소하였다. 이는 제어출력에 사용된 low-pass 필터로 인해 저주파수 응답인 변위를 효과적으로 제어했기 때문이다. 하지만 다양한 주파수 가중 필터와 D-스케일로 인해 제어기설계모델의 차수(J_{18})가 80으로 증가하였다. 두 가지 복합제어 시스템 모두 Dyke 등(2003)에 의해 제시된 유압식 가력기의 제약조건(최대제어력=1000 kN, 최대 stroke=0.2 m, 최대속도=1 m/sec)을 만족한다.

3.2.2 제어기의 강인성

실제교량이 건설되었을 경우 Dyke 등(2003)에 의해 제시된 평가모델과 다른 동적특성을 갖게 된다. 따라서 수치해석에서 좋은 제어성능을 보였을지라도 실제 교량에 적용 되었을 때 제어성능이 보장되지 않을 수도 있다. 따라서 제어시스템의 실제 적용 가능성을 조사하기 위해 각 제어시스템의 강인성을 반드시 조사해야 한다. 본 연구에서는 구조물의 강성행렬에 일정한 불확실성과 유압식 가력기의 시간지연(time delay)에 대한 강인성을 조사하였다.

표 2는 강성행렬에 $\pm 5\%$ 와 $\pm 20\%$ 의 불확실성이 있을 때 그리고 유압식 가력기에 0.002초와 0.020초의 시간지연이 있을 때 3개의 지진에 대한 평가기준의 최대변화율을 나타낸 것이다. 그리고 그림 6은 강성행렬의 불확실성과 유압식 가력기의 시간지연에 따른 평가기준의 최대변화율 중 최대값을 나타낸 것이다. 본 연구에서는 최대변화율이 100% 이상이거나 추가적인 제약조건(유압식 가력기의 제약조건, 허용상관변위, 허용케이블 인장력)을 만족하지 못할 경우 제어기가 강인성을 확보하지 못한다고 가정하였다. LQG 제어 알고리즘만을 사용한 경우 최대변화율이 100% 이상이기 때문에 표나 그림에 나타나지 않았다. 표 2에서 보듯이 μ -합성법을 사용한 복합제어 시스템의 경우 강성행렬에 $\pm 20\%$ 의 불확실성이 있을 때나 유압식 가력기에 샘플링(sampling) 시간과 같은 0.020초의 시간지연이 있을때에도 제어기의 강인성을 확보 하였다. 그리고 그림 6에서 보듯이 강성행렬의 불확실성이 증가할수록, 유압식 가력기의 시간지연이 증가할수록 최대값이 증가하는 것을 알 수 있다.

표 1 3개의 지진에 대한 평가기준의 최대값

평가기준	복합제어 시스템 1	복합제어 시스템 2
J ₁ : 최대 밀면 전단력	0.4854	0.4974
J ₂ : 최대 상판 높이의 전단력	0.9214	1.1702
J ₃ : 최대 전도모멘트	0.4427	0.4545
J ₄ : 최대 상판 높이의 모멘트	0.6558	0.7522
J ₅ : 최대 케이블 인장력	0.1433	0.1445
J ₆ : 최대 교대에서의 상관변위	1.5532	1.1175
J ₇ : 평균 밀면 전단력	0.3770	0.3605
J ₈ : 평균 상판 높이의 전단력	0.8986	0.9761
J ₉ : 평균 전도모멘트	0.3375	0.3068
J ₁₀ : 평균 상판 높이의 모멘트	0.7277	0.6165
J ₁₁ : 평균 케이블 인장력	1.707e-2	1.492e-2
J ₁₂ : 최대 제어력	2.623e-3	2.927e-3
J ₁₃ : 최대 제어장치의 stroke	0.8516	0.6127
J ₁₄ : 최대 전력(power)	9.349e-3	1.0009e-2
J ₁₅ : 총전력	1.190e-3	9.511e-4
J ₁₆ : 제어장치 개수	48	48
J ₁₇ : 센서 개수	9	9
J ₁₈ : $\dim(x^c_k)$	30	80

4. 결 론

본 연구에서는 구조물에 전달되는 지진하중을 줄이기 위한 납고무받침과 상관변위와 같은 교량의 응답을 추가적으로 감소시키기 위한 유압식 가력기로 구성된 복합제어 시스템을 사장교의 벤치마크 문제에 적용하여 그 효용성을 조사하였다. 복합제어 시스템의 강인성을 향상시키기 위해 μ -합성법을 유압식 가력기에 사용하였다. 수치해석 결과 μ -합성법을 사용한 복합제어 시스템은 LQG 제어 알고리즘만을 사용한 복합제어 시스템과 전체적으로 유사한 제어성능을 나타내었다. 특히 μ -합성법 사용한 경우 최대 상관변위와 최대 stroke가 28% 감소하였다. 강성행렬의 불확실성과 유압식 가력기의 시간지연 효과를 고려한 강인성 해석결과 LQG 제어 알고리즘만을 사용한 복합제어 시스템의 경우 강인성을 확보하지 못했지만 μ -합성법을 사용한 복합제어 시스템의 경우 뛰어난 강인성을 확보하였다. 따라서 제안된 강인 복합제어 시스템은 지진하중을 받는 사

장교의 진동제어에 매우 효과적으로 사용될 수 있다.

감사의 글

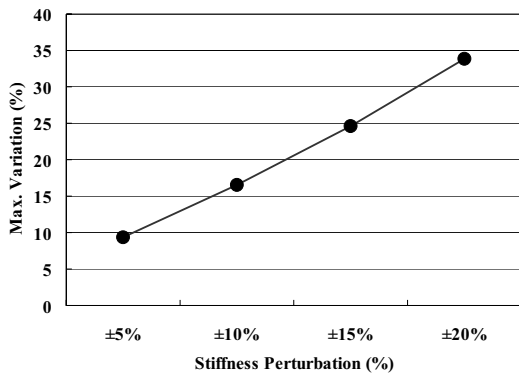
본 연구는 2000년도 한국과학기술부의 국가지정연구실 지원(과제번호: 2000-N-NL-01-C-251)과 2003년도 한국학술진흥재단의 신진연구인력 지원(과제번호: KRF-2003-908-D00050)으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

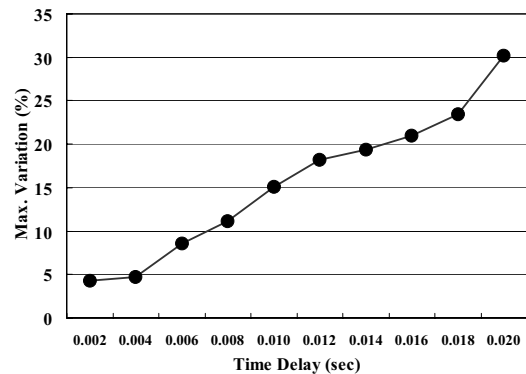
1. Ali, H. M., and Abdel-Ghaffar, A. M. (1995) Seismic passive control of cable-stayed bridges, *Shock and Vibration*, Vol. 2, No. 4, pp. 259-272.
2. 박규식, 정형조, 이인원 (2002) 남고무받침의 비선형성을 고려한 벤치마크 사장교의 복합제어, *한국지진공학회 논문집*, 제6권, 제4호, pp. 51-63.
3. Dyke, S. J., Caicedo, J. M., Turan, G., Bergman, L. A., and Hague, S. (2003) Phase I benchmark control problem for seismic response of cable-stayed bridges, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 129, No. 7, pp. 857-872.
4. Burl, J. B. (1999) *Linear optimal control: H₂ and H_∞ methods*, Addison-Wesley.

표 3. 3개의 지진에 대한 평가기준 최대변화율 (%)

평가기준	±5% 불확실성	±20% 불확실성	0.002초 시간지연	0.020초 시간지연
J ₁ : 최대 밀면 전단력	7.37	26.93	0.77	8.01
J ₂ : 최대 상판 높이의 전단력	9.37	22.51	4.26	30.14
J ₃ : 최대 전도모멘트	4.10	22.14	1.22	11.95
J ₄ : 최대 상판 높이의 모멘트	6.72	21.98	1.34	4.02
J ₅ : 최대 케이블 인장력	6.11	33.84	1.29	10.03
J ₆ : 최대 교대에서의 상판변위	3.43	6.26	0.45	18.62
J ₇ : 평균 밀면 전단력	5.61	30.27	0.21	3.56
J ₈ : 평균 상판 높이의 전단력	4.52	26.74	2.01	32.33
J ₉ : 평균 전도모멘트	5.06	31.25	0.34	4.25
J ₁₀ : 평균 상판 높이의 모멘트	8.35	47.24	0.26	3.45
J ₁₁ : 평균 케이블 인장력	15.77	74.82	0.34	2.81



(a) 강성행렬의 불확실성



(b) 유압식 가력기의 시간지연

그림 6. 강성행렬의 불확실성과 유압식 가력기의 시간지연에 따른 평가기준의 최대변화율의 최대값 변화