

시간영역에서의 이동하중을 이용한 구조 계수 추정

System Identification using Moving Load in the Time Domain

홍정현* · 최강민** · 오주원*** · 이인원****

Hong, Jung Hyun · Choi, Kang Min · Oh, Ju Won · Lee, In Won

1. 서론

구조물은 긴 공용수명 동안, 외적 혹은 내적 원인으로 손상을 입게 된다. 주기적 계측을 통해 구조물의 손상을 초기에 찾아내는 것은 공용수명 연장과 대형 인명 및 재산 피해 예방을 위해 반드시 필요한 일이다. 기존 구조물의 안전도 평가 및 신설 구조물의 효율적인 유지관리를 위해서는 현장상태 그대로의 실제 구조계수를 추정하여야만 한다. 구조물의 현 상태의 구조적 결함을 보다 정확히 추정하기 위해 지금까지 여러 가지 비파괴시험법이 개발되어 왔으며 최근에 구조물의 동적 응답 및 동적 거동을 이용한 평가방법인 구조계 특성 추정 기법에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다. 기존의 Wang 연구^[1]는 입력가진값의 크기만을 미지로 가정하고 위치에 대해서는 입력 제한조건을 정하여 기지로 하였다. 그러므로 이러한 방법은 최소 한 개의 자유도의 전체 시간에 대한 제한조건을 알고 있어야 한다. 하지만 교량의 경우 자유도의 위치가 명확하지 않으며 특정 자유도에 대해서만 하중을 가하기는 쉽지 않다. 또한 교량 모델을 이용해 Cho et al.^[2]과 같이 수행한 결과 이동하중에 의한 구조물의 응답이 정현파 하중에 의한 응답과 유사하게 얻어지므로 하중이 교량을 통과한 뒤에도 약한 정현파 하중이 작용하는 것과 같은 결과가 나타나 정확한 구조계수를 추정하는데 실패하였다. 본 연구에서는 이동하중을 이용한 교량 모델의 구조계수를 구하는데 위의 문제점을 보완하기 위해 전체적으로 Cho et al.의 방법을 따르면서 Wang과 유사한 제한사항을 두었다. 또한, 반복과정 중에 최소자승법의 해를 구하기 위해 미지행렬을 구성할 때 전단 구조물이 아닌 경우 벡터형태로 많은 요소를 나타내야 하기 때문에 자유도가 늘어남에 따라 계산시간이 크게 증가한다. 이를 보완하고자 본 연구에서 개선된 행렬 형태를 적용해 보았다.

2. 반복최소자승법에 의한 구조계수 추정

본 연구에서 Wang과 유사한 제한조건으로 이동하중이 교량을 이동하는 중에는 각 자유도에 대해 어떻게 작용하는지 정확히 알 수 없는 반면, 이동하중이 교량을 통과한 후의 시간에 대해서는 모든 자유도에 대해 하중이 '0'이라는 것을 알고 있기 때문에 교량을 통과한 후의 '0' 하중을 입력 제한조건으로 사용하였다. 반복과정에서 최소자승법의 해를 구할 때 좀 더 간편한 방법인 원래의 감쇠행렬과 강성행렬을 그대로 이용할 수 있는 방법을 사용하였으며, 이로 인해 미지행렬이 간단한 형태로 나오며 이는 구조물의 자유도가 증가할 때, 계산 시간을 크게 단축시킬 수 있다.

2.1 개선된 최소자승법

* 한국과학기술원 건설및환경공학과 석사과정 · E-mail: rolling5050@hotmail.com - 발표자
 ** 한국과학기술원 건설및환경공학과 박사과정 · 공학석사 · E-mail: kmchoi@kaist.ac.kr
 *** 정회원 · 한남대학교 토목공학과 교수 · 공학박사 · E-mail: ohjw@mail.hannam.ac.kr
 **** 정회원 · 한국과학기술원 건설및환경공학과 교수 · 공학박사 · E-mail: iwlee@kaist.ac.kr

식 1의 운동방정식으로부터 질량행렬은 기지의 값으로 가정하였을 때, 미지의 감쇠행렬과 강성행렬을 구하기 위해 식 2와 같이 변형시킬 수 있다. 기존의 연구에서 사용하였던 형식이 아닌 원래의 감쇠행렬과 강성행렬을 그대로 이용할 수 있는 방법을 사용하였다.

$$M\dot{\dot{X}}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = f(t) \tag{1}$$

$$[C; K] \begin{bmatrix} \dot{X}(t_1) & \dot{X}(t_2) & \dot{X}(t_3) & \dots \\ X(t_1) & X(t_2) & X(t_3) & \dots \end{bmatrix} = [f(t_1) f(t_2) f(t_3) \dots] - [M] [\ddot{X}(t_1) \ddot{X}(t_2) \ddot{X}(t_3) \dots] \tag{2}$$

$$[K][\bar{X}] = [F]$$

여기서, M = 질량행렬, C = 감쇠행렬, K = 강성행렬,

\ddot{X} = 가속도행렬, \dot{X} = 속도행렬, X = 변위행렬, $f(t)$ = 입력하중행렬.

표 1에 기존방법과 개선된 방법의 행렬 크기를 비교해 놓았다. 표에서 나타난 것과 같이 전단구조물의 경우는 기존 방법을 사용할 경우 미지수가 줄어들지만, 교량 등의 일반적인 구조물에 있어서는 미지수의 개수가 $2n^2$ 개이다. 이 경우에는 개선된 방법이 컴퓨터에 더 적은 저장공간을 요구하므로 계산을 빠르게 할 수 있다.

표 1. 미지행렬 크기 비교 (n 자유도)

	기존 방법	개선된 방법
일반적인 경우	$2n^2 \times 1$	$n \times 2n$
전단 구조물	$2n \times 1$	

2.2 반복최소자승법 과정

반복최소자승법을 교량에 적용시킬 때, 이동하중이 교량을 통과한 후의 입력하중에 대한 제한조건을 이용한 자세한 과정은 다음과 같다.

- (1) 응답행렬 $[\bar{X}]$ 를 식 3과 같이 구성한다.
- (2) 하중에 비해 상대적으로 쉽게 가정할 수 있는 구조계수 $[\bar{K}]$ 를 가정한다.
- (3) 기지의 질량행렬, 단계(2)에서 가정한 $[\bar{K}]$ 와 응답행렬 $[\bar{X}]$ 를 이용하여 전체 샘플링 시간의 입력가진값을 추정한다.
- (4) 각 자유도의 추정된 모든 샘플링 시간에 대해서 입력가진값을 비교하여 상대적으로 작은 추정값은 '0'으로 가정하고, 이동하중이 교량을 통과한 후의 시간에 대한 입력하중을 '0'으로 하여 개선된 입력하중을 얻는다.
- (5) 단계(4)에서 추정된 입력가진값 중 임의의 샘플링 시간에 대한 입력가진값을 이용하여 Wang의 단순 반복최소자승법을 수행한다. 전체 과정의 내부 루프에 해당한다. 내부 루프에 의해 개선된 구조계수 $[\bar{K}]$ 가 추정된다.
- (6) 추정된 미지의 구조계수가 일정한 정도를 가지고 수렴할 때까지 단계(2)~단계(5)를 반복한다. 이 단계는 전체 과정의 외부 루프를 나타낸다. 최종적으로 수렴하게 되어 추정되어진 $[\bar{K}]$ 가 얻고자 하는 미지의 구조계수이다.

3. 수치해석

3.1 교량의 제원

해석 대상 교량은 실제 교량인 금호대교^[3]를 선택하였다. 금호대교는 연속 P.C. beam교로서 총연장 694m의 교량이다. 금호대교의 제원은 표 2와 같으며 이 모델을 단순화시켜 1/4 길이의 4개의 요소를 갖는 보(beam) 구조를 수치해석에 사용하였다.

표 2. 금호대교의 제원

탄성계수	$2.94 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$	단면적	0.3162 m^2
밀도	2096.8 kg/m^3	관성모멘트	0.1551 m^4
감쇠계수비	0.06%		

이를 이용하여 4개의 요소의 5개의 절점 중 고정된 양 끝단 2개를 제외한 3개의 절점에서 정적응축에 의해 연직방향의 자유도의 계산된 구조계수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 [M] &= \begin{bmatrix} 3.984 & 0.530 & 0.213 \\ 0.530 & 4.197 & 0.530 \\ 0.213 & 0.530 & 3.984 \end{bmatrix} \times 10^3 \text{ kg} \\
 [C] &= \begin{bmatrix} 3.868 & -2.206 & 0.285 \\ -2.206 & 4.153 & -2.206 \\ 0.285 & -2.206 & 3.868 \end{bmatrix} \times 10^3 \text{ Ns/m} \\
 [K] &= \begin{bmatrix} 3.883 & -3.714 & 1.519 \\ -3.714 & 5.402 & -3.714 \\ 1.519 & -3.714 & 3.883 \end{bmatrix} \times 10^7 \text{ N/m}
 \end{aligned} \tag{3}$$

3.2 하중의 제원

교량의 구조계수 추정에 적합한 이동하중으로 본 연구에서는 단일이동하중을 이용하였으며, 그 크기는 도로교 설계기준에서 규정한 DB24 하중인 24ton을 이용하였다. 차량속도는 40km/h-140km/h로 변화시키면서 수치해석을 해보았을 때, 교량 중앙부의 최대 변위와 최대 가속도가 상대적으로 크게 발생하는 72km/h를 선택하였다.

3.3 결과

앞에서 설명한 교량 모델과 이동하중을 이용하여 수치예제를 수행하였다. 단계(2)에서 가정한 구조계수는 다음 식 4와 같다.

$$[C] = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 1 \\ -3 & 5 & -3 \\ 1 & -3 & 3 \end{bmatrix} \times 10^3 \text{ Ns/m}, \quad [K] = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 1 \\ -3 & 5 & -3 \\ 1 & -3 & 3 \end{bmatrix} \times 10^7 \text{ N/m} \tag{4}$$

샘플링 시간은 10초까지 시간간격 0.01초로 총 1000개의 동적 응답값을 적용하였다. 72km/h의 이동하중이 작용하는 시간은 약 2.16초로 그 이후 시간의 하중은 모든 자유도에서 '0'으로 제한되었다. 하중과 구조계수의 수렴조건은 0.05로 수행하였다.

$$[C] = \begin{bmatrix} 3.876 & -2.224 & 0.301 \\ -2.206 & 4.153 & -2.206 \\ 0.291 & -2.213 & 3.871 \end{bmatrix} \times 10^3 Ns/m, \quad [K] = \begin{bmatrix} 3.883 & -3.714 & 1.520 \\ -3.714 & 5.402 & -3.714 \\ 1.519 & -3.714 & 3.883 \end{bmatrix} \times 10^7 N/m \quad (5)$$

수치예제 결과는 식 5와 같으며, 주요 계수인 대각선 요소의 오차는 표 2와 같다.

표 3. 구조 계수 대각선 요소의 오차 (%)

	(1,1)	(2,2)	(3,3)
감쇠행렬 C	0.1725	0.0012	0.0057
강성행렬 K	0.0098	0.0005	0.0004

표 3의 오차값들은 기존의 방법을 전단형 구조물에 적용시킨 결과에 비해 약간은 큰 값이지만 충분히 신뢰할 수 있는 값이다.

4. 결론

본 연구에서는 개선된 행렬 구성을 이용한 반복최소자승법을 이용하고, 기존의 방법을 교량에 적용시킴에 있어서의 한계점을 극복하기 위해서 두 가지 방법을 혼합시켜서 적용시켰으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 반복최소자승법을 이용함에 있어 미지행렬을 구성할 때, 원래의 감쇠행렬과 강성행렬 형태 그대로 이용하는 것이 계산 시간을 단축시킨다는 것을 알 수 있었다.
2. 기존의 방법을 이동하중을 이용하여 교량에 적용시킬 때 기지의 제한사항을 적용시킴으로서 추정된 구조계수의 결과가 타당하다는 것을 확인하였다.

참고문헌

1. Wang, D. and Haldar, A. (1994) Element-level system identification with unknown input, *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, Vol.120, No.1, pp.159-176.
2. Cho, H.N. and Choi, Y.M. (1999) Structural damage identification with unknown input and limited observation, *APSSRA99*, pp. 184-193.
3. Jo, J.S., Ha, J.S., Park, S.K. and Lee, I.W. Vibration control of bridges using visco-elastic post and tendon, *Computers and Structures*. (Accepted for Published)
4. Kwon, H.C., Kim, M.C. and Lee, I.W. (1998) Vibration control of bridges under moving loads, *Computers and Structures*, Vol.66, No.4, pp.473-480.
5. 최일윤, 이준석, 문도영, 조효남 (2001) 시간영역에서의 교량 강성행렬 및 감쇠행렬의 추정에 관한 연구, *대한토목학회논문집*, Vol.21, No.5-A, pp.563-571.