

# Maximum Energy Dissipation Algorithm을 이용한 벤치마크 사장교의 제어

## Vibration Control of a Benchmark Cable-Stayed Bridge using Maximum Eenergy Dissipation Algoritm

조상원\*    정형조\*\*    이종현\*\*\*    이인원\*\*\*\*  
Cho, Sang Won Jung, Hyung Jo    Han, La San

---

### 국문요약

본 논문에서는 Maximum Energy Dissipation Algorithm(MEDA) 사장교의 MR댐퍼제어에 적용하고자 한다. MR댐퍼의 제어를 위해서 여러 제어 이론들이 제안되었으나, 각각의 특성에도 불구하고 성능면에서는 큰 차이가 없다. MEDA는 Lyapunove 직접법을 바탕으로 구성되는 제어이론으로써, 15년전에 제안되었음에도 실제 토목구조물에는 적용된 바 없어 그 성능 및 장점이 제대로 검증되지 않았다. 따라서 본 논문에서는 벤치마크 사장교 수치예제를 통해서, MEDA의 토목구조물예의 적용성을 성능(performance)과 강인성(robustness) 측면에서 분석하려한다. 수치예제에서 다양한 지진에 대한 층간변위, 가속도, 그리고 상대변위의 각 제어기법에 의한 감소량은 벤치마크 문제에 정의된 평가지수(evaluation criteria)를 사용하였다.

---

### 1. Introduction

Growing number of large-scale structures give rise to more research on the seismic protection of structures. Passive and active control systems are representative supplemental damping strategies for response reduction in civil engineering structures subjected to earthquakes and winds. On the other hand, semiactive control systems combine the advantages of both approaches. Magnetorheological (MR) dampers one of quite promising semiactive control devices, which use MR fluids to provide controllable damping forces. MR dampers are suitable to civil engineering applications, since they have many attractive features

---

\* 학생회원 · 한국과학기술원 건설환경공학과 박사과정

\*\* 정회원 · 세종대학교 토목환경공학과 조교수

\*\*\* 정회원 · 경일대학교 토목공학과, 교수

\*\*\*\* 정회원 · 한국과학기술원 건설환경공학과, 교수

간 교량의 지진하중을 제어하는 면진받침으로 많이 적용되어 왔다. 이런 구조물에 일반적으로 적용되는 면진설계 방법은 설계 고유주기를 정하고 그에 적합한 납고무 받침의 설계요소들을 정하는 것이다. 그러나 사장교 같은 장대교량은 구조물의 유연성 때문에 고유주기가 일반 구조물에 비해 길어 구조물 자체적으로 면진성능을 가지고 있고, 사장교의 거동이 복잡하기 때문에 기존 설계 개념을 적용하기 어렵다. 또한 사장교의 경우 감쇠비가 일반 교량에 비해 작기 때문에 일반 교량에서 적용하는 납심의 크기를 그대로 적용하는 것도 어렵다. 그러나 Ali 와 Abdel-Ghaffar<sup>[1]</sup>는 사장교에 납고무 받침을 설치하여 그 효과를 증명하였고, 사장교에서의 납고무 받침의 적용 가능성을 제시하였다. 하지만 현재까지 사장교와 같은 유연한 구조물에 대한 납고무 받침의 설계 기준이 명확히 제시되어 있지 않고, Wesolowsky 와 Wilson 은 고유주기이동의 개념을 이용하여 사장교에 납고무 받침을 적용하였다<sup>[8]</sup>. 따라서 지진 하중을 받는 사장교에 적용할 납고무 받침의 설계기준에 대한 연구가 필요하고, 본 연구에서는 벤치마크 사장교를 이용하여 납고무 받침의 설계에 대한 연구를 수행하였다.

## 2. 납고무 받침

### 2.1 납고무 받침의 설계 요소

면진설계의 개념은 면진장치를 이용하여 구조물의 고유주기를 장주기로 이동시켜 구조물에 발생하는 지진력을 감소시키는 것과 면진장치의 부가적인 감쇠기능을 이용해 지진 에너지를 소산하는 것이다. 면진받침으로 널리 사용되는 납고무 받침은 그림 1과 같이 탄·소성 거동을 하게되며 고무의 유연성에 의해 구조물의 고유주기를 이동시켜 지진력을 감소시키고, 납의 소성거동에 의해 지진에너지를 흡수한다. 따라서 납고무 받침을 이용한 면진장치의 설계시 고려할 중요한 사항은, 구조물에 전달되는 지진력과 변위를 최소로 하는 고무의 유연성과 납심의 크기를 어떻게 조합하느냐를 결정하는 것이다. 즉, 납고무 받침의 항복 전·후의 강성과 납심의 항복전단강도를 적절히 선택하는 것이 중요한 것이다.

일반적인 구조물의 면진설계에서는 구조물의 고유주기 이동을 가장 큰 목적으로 한다. 따라서 납고무 받침을 이용한 구조물의 면진설계시, 구조물을 설계 고유주기로 이동시킬수 있는 납고무 받침의 소성 전·후의 강성( $K_e, K_p$ )을 정하고, 부가적인 감쇠효과를 위한 납심의 크기는 납의 항복 강도( $Q_y$ )가 구조물의 질량의 5% 정도의 것을 사용하는 것을 추천하고 있다<sup>[2]</sup>. 그러나 사장교같은 유연한 구조물의 경우 고유주기가 일반 구조물에서 적용하는 설계 고유주기를 넘어서는 경우가 많으므로 고유주기 이동에 의한 면진설계 개념을 적용하기는 어렵다. 뿐만 아니라 사장교의 경우 감쇠비가 건축구조물이나 일반 단경간 교량에 비해 작기 때문에 일반적으로 추천되는 납심의 전단강도를 적용하기 힘들다. 그러나 Ali 와 Abdel-Ghaffar<sup>[1]</sup>는 이러한 사장교에 대한 납고무 받침의 적용 가능성을 제시하였다.

그림 1은 납고무 받침의 거동을 나타내는 하중-변위곡선으로,  $K_e, K_p$  는 납고무 받침의 항복 전·후의 강성,  $K_{eff}$  는 유효강성을 나타낸다. 또한  $Q_y$  는 납심의 항복전단강도,  $F_y$  는 초기 항복하중,  $F_u$  는 최대하중,  $X_y$  및  $X_u$  는 납심의 항복변위, 납고무 받침의 최대변위이다.

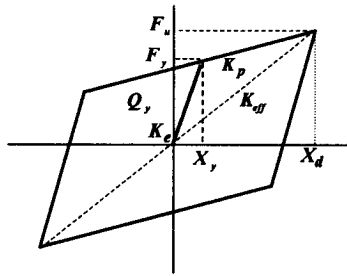


그림 1. 남고무 받침의 거동 및 설계 요소

## 2.2 남고무 받침 설계 방법

남고무 받침의 설계는 설계 지진 하중 하에서 남고무 받침의 설계 요소( $K_e$ ,  $K_p$ ,  $Q_y$ )를 변화시키면서 사장교 응답과 관련된 설계지수(DI: Design Index)가 최소가 되거나 수렴할 경우의(설계지수 값의 변화가 0.05 미만) 남고무 받침의 물성치를 결정하였다. 기본적인 남고무 받침의 설계 순서는 다음과 같다.

- 1) 설계 지진 하중 선정(역사지진, 인공지진 등)
- 2)  $K_p$  변화에 따른 설계지수가 최소가 되는  $K_p$  선택( $Q_y$ ,  $K_e$  가정)

본 연구에서는 사장교 주탑기초 부분의 전단력과 모멘트, 상판 높이의 주탑에서 발생하는 전단력과 모멘트, 그리고 마지막으로 상판의 변위를 고려하여 식 (1)과 같은 설계 지수를 제안하였다. 이때 각각의 평가 기준( $J_i$ )은 제어하지 않은 경우의 결과로 정규화했다. 위의 다섯가지 평가 항목은 일반적인 사장교에서의 중요한 응답으로서, 사장교에서 지진의 응답 및 거동에 관련하여 설계자들이 중요하게 생각하는 것들이다<sup>[3]</sup>.

$$DI = \sum_{i=1}^5 \frac{J_i}{\max J_i} \quad i=1, 2, \dots, 5 \quad (1)$$

여기서  $J_i$  는 설계 물성치 변화에 따른  $i$  번째 평가 기준,  $\max J_i$  는 설계 물성치 변화에 따른  $i$  번째 평가 기준 중 최대값이다.

- 3) 2)에서 선택된  $K_p$  이용,  $Q_y$  의 변화에 따른 설계지수가 최소가 되는  $Q_y$  선택 ( $K_e$  가정)
- 4) 2), 3)에서 선택된  $K_p$ ,  $Q_y$  이용,  $K_e/K_p$  의 변화에 따른 설계지수가 최소가 되는  $K_e$  선택
- 5) 설계 물성치가 변화가 없을때까지 2) ~ 4) 과정 반복

## 3. 수치 예제

### 3.1 사장교 모델

본 연구에서 예제 구조물로 사용한 사장교는 그림 2와 같은 2개의 주탑과 128개의 케이블로 구성된 벤치마크 사장교모델이다. Dyke 등<sup>[4]</sup>은 사장교에 적용하는 진동제어 시스템의 성능을 합리

적으로 비교하기 위해 전체 사장교의 거동을 효과적으로 나타낼수 있는 선형 3차원 사장교 모델을 개발하였다.

유한요소 모델은 579개의 절점과 420개의 강결, 162개의 빔 요소, 128개의 케이블 요소로 모델링되었다. 이 때 사용된 강성행렬은 사하중에 의한 교량이 변형된 상태에서의 비선형 정적 해석을 통해 결정하였으며 감쇠 행렬은 교량을 설계할때와 같은 가정사항인 3%의 모달(modal)감쇠를 각 모드(mode)에 적용하였다.

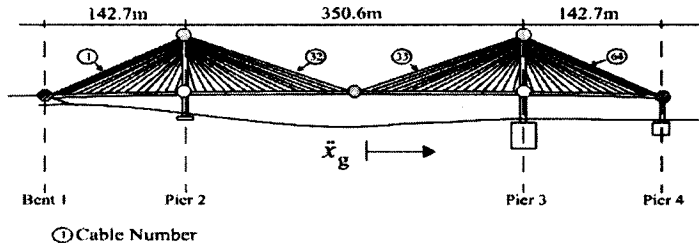
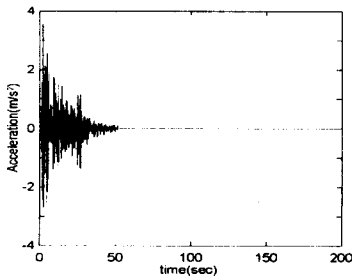


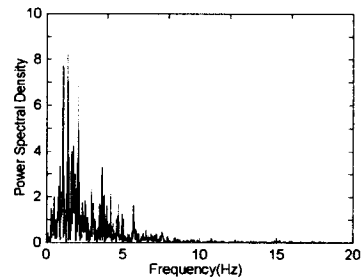
그림 2. 벤치마크 사장교모델(Dyke 등, 2003)

### 3.2 설계 지진 하중

본 연구에서 사용한 설계 지진하중은 2가지를 사용하였으며 각각의 설계 지진하중에 대하여 납고무받침의 물성치를 설계하였다. 첫 번째 설계 지진하중은 역사지진인 El Centro(1940) 지진을 사용하였다. 이때 El Centro 지진의 가속도 데이터는 Imperial Valley 에서 관측한 남북방향의 성분을 이용하였고, 지진하중의 최대지반가속도(PGA)는 벤치마크 사장교의 설계 최대지반가속도(0.36g's)와 동일하게 하였다. 그림 3은 대상 설계 지진하중의 가속도시간 이력곡선과 Power spectral density를 나타낸 그래프이다.



a) 가속도 시간 이력곡선



b) Power Spectral Density graph

그림 3. 설계 지진 하중 (Scaled El Centro지진)

두 번째 지진하중은 Spectral density function 이 식 (2), (3)과 같은 형태를 가지는 Kanai-Tajimi 필터를 통과한 band-limited white noise 를 사용하였다. 본 논문에서 사용한  $\zeta_g$ ,  $w_g$  등의 상수 값은 Spencer 등<sup>[5]</sup>의 논문을 참고하였다.

$$S(w) = \frac{[1 + 4\zeta^2(w/w_g)^2]}{[1 - (w/w_g)^2]^2 + 4\zeta^2(w/w_g)^2} S_0 \quad (2)$$

$$S_0 = \frac{0.03\zeta_g}{\pi w_g(4\zeta_g^2 + 1)} g^2 \quad (3)$$

여기서  $\zeta_g$ ,  $w_g$  는 대상지반의 지배적인 감쇠비와 진동수,  $S_0$  는 Power spectral intensity 이다.

### 3.3 설계 된 납고무 받침의 성능

납고무 받침은 그림 1의 교대 I 과 교각 II, III, IV 에 모두 설치하였으며, 납고무 받침의 수치 모델은 비선형 탄소성 거동을 잘 묘사하는 Bouc-Wen 모델을 사용하였다<sup>[6]</sup>. 납고무 받침의 설계 물성치는 위의 설계 과정에서 언급했듯이 납고무 받침의 항복후의 강성부터 계산을 하였다. 이때 가정한 다른 설계 요소의 가정치는 납고무 받침의 항복 전후의 강성의 경우 일반적으로 널리 사용되는 강성비인 10을 사용하고<sup>[7]</sup>, 납심의 전단 강도는 Ail 와 Abdel-Ghaffar가 제안한 납심의 전단강도인 0.09W 로 하였다<sup>[1]</sup>. 여기서 W 는 납고무 받침이 지지 하는 사장교 상판의 무게로서 교대 I 과 교각 IV 의 경우 1557.18 tf 이고 교각 II, III 의 경우는 5383 tf 이다. 납고무 받침의 항복 후의 강성은 0.2W(tf/m)부터 1.6W(tf/m)까지 0.1W 씩, 납심의 항복 강도는 0.03W 부터 0.18W 까지 0.01W 씩, 납고무 받침의 항복 전의 강성은 납고무 받침의 항복 전후의 강성의 비를 5부터 15 까지 1씩 변화시켜 가면서 사장교의 응답을 평가하였다.

각 지진의 경우는 표 1과 같은 다섯가지 평가 기준을 사용하였으며, 납고무 받침의 설계 물성치는 식 (1)과 같이 제안된 사장교의 설계지수 값이 최소가 되거나 수렴하여 값의 변화가 적을때의 설계 물성치 값을 취하였다.

표 1. 납고무받침 설계시 고려한 평가기준(Control/Uncontrol)

	Scaled El Centro		Kanai-Tajimi
$J_1$	최대 주탑 기초 전단력	RMS $J_1$	RMS 주탑 기초 전단력
$J_2$	최대 상판 높이의 주탑 전단력	RMS $J_2$	RMS 상판 높이의 주탑 전단력
$J_3$	최대 주탑 기초 전도 모멘트	RMS $J_3$	RMS 주탑 기초 전도 모멘트
$J_4$	최대 상판 높이의 주탑 모멘트	RMS $J_4$	RMS 상판 높이의 주탑 모멘트
$J_6$	최대 상판 교축 방향 변위	RMS $J_6$	RMS 상판 수평 변위

2번의 반복 과정을 통해 최종적으로 결정된 납고무 받침의 물성치는 표 2와 같다. 각각의 설계 지진에 따른 납 고무 받침의 물성치는 유사한 값을 가지고 있고, 설계된 납고무 받침의 강성은 일반적인 구조물에 적용되는 값에 비해 더 큰 값을 가지며, 납심의 전단 강도 또한 더 큰 값을 필요로 하고 있음을 확인 할 수 있다.

표 2. 설계된 납고무 받침의 물성치

	$K_p$	$Q_y$	$K_c/K_p$	설계지수*
Scaled El Centro (LRB I)	1.4W(tf/m)	0.13W(tf)	11	3.334
Kanai-Tajimi (LRB II)	1.5W(tf/m)	0.12W(tf)	12	4.175

\* 설계지수의 최대값은 5

설계된 납고무 받침의 성능을 검증하기 위해 El Centro, Mexico City, Gebze 3개의 역사 지진에 대해서 앞의 설계 과정에 의해 선정된 납고무 받침을 설치하여 수치해석을 수행하였다. 또한 설계된 납고무 받침의 성능을 비교하기 위해, Wesolowsky 와 Wilson 이 사장교에 적용한 납고무 받침의 설계 방법의 경우도 해석을 수행하였다<sup>[8]</sup>. 이 방법은 기존의 건축 구조물등에 쓰이는 면진 장치 설계 방법(N-K Method)으로, 납고무 받침의 설계 유효 강성 및 유효 주기결정에 의한 납고무 받침 설계 방법이다<sup>[9]</sup>. 이 때 적용한 납고무 받침의 유효 주기( $T_{eff}$ )는 1.5초로 하였다.

표 3의 첫 번째 6개의 열은 앞에서 설계된 두가지의 경우의 납고무 받침에 대한 응답값을 나타낸 것이다. 그리고 다음의 3개의 열은 N-K 방법을 적용해서 설계된 납고무 받침의 응답값을 나타내는 것이다. 두 가지 납고무 받침에서의 사장교의 응답은 비슷한 값을 나타냈다. 그리고 세가지 역사 지진에 대해, 사장교에서의 납고무 받침의 면진성능은 전체적으로 만족할 만한 성능을 보였다. 즉, 설계된 납고무 받침은 사장교의 변위 증가는 최소로 하면서 사장교에 발생하는 지진력은 충분히 감소시켰다. 또한 N-K 방법을 적용하여 설계된 납고무 받침의 경우보다 더 좋은 면진 성능을 나타냈다. El Centro 지진의 경우, N-K 방법에 의해 설계된 경우보다 상판 변위가 21.9% 감소 되었고 상판 높이의 주탑 모멘트의 경우도 25.0 % 감소하였다. 또한 Gebze 지진의 경우, 대부분의 지진력이 N-K 방법에 의해 설계된 경우보다 작게 발생했으며, 상판 변위가 28.7 % 감소하였다. 그러나 Mexico 지진의 경우, 상판 변위를 제외하고는 대체적으로 N-K 방법에 의해 설계된 경우보다 지진력이 크게 발생하였다. 이는 기존 방법에 의해 설계된 납고무 받침이 앞에서 설계된 납고무 받침에 비해 더욱 유연하게 설계되었기 때문이다.

표 3. 설계된 납고무 받침의 면진성능(3개의 역사지진의 경우)

평가 항목	설계된 납고무 받침						N-K methd		
	El Centro		Mexico City		Gebze		El	Mexico	Gebze
	LRB I	LRB II	LRB I	LRB II	LRB I	LRB II	Centro	City	Gebze
$J_1$ : 최대 주탑 기초 전단력	0.3210	0.3229	0.7410	0.7389	0.3453	0.3565	0.3103	0.6118	0.4038
$J_2$ : 최대 상판 높이의 주탑 전단력	0.8764	0.8716	1.0938	1.1134	1.0251	1.1190	0.9505	1.1027	1.0543
$J_3$ : 최대 주탑 기초 전도 모멘트	0.3010	0.3057	0.7317	0.7183	0.3586	0.3795	0.2936	0.5852	0.4174
$J_4$ : 최대 상판 높이의 주탑 모멘트	0.3593	0.3532	0.3961	0.3991	0.6145	0.6718	0.4796	0.3695	0.6484
$J_5$ : 최대 케이블 인장력	0.1526	0.1550	0.0763	0.0783	0.0813	0.0913	0.1693	0.0593	0.1022
$J_6$ : 최대 상판 교축 방향 변위	0.8743	0.9350	1.3811	1.3042	1.0458	1.1626	1.1192	1.5733	1.4685
$J_7$ : 평균 주탑 기초 전단력	0.2557	0.2482	0.5547	0.5500	0.3467	0.3462	0.2429	0.5139	0.3360
$J_8$ : 평균 상판 높이의 주탑 전단력	0.7439	0.7428	0.8197	0.8610	0.8423	0.8583	0.8378	0.7770	0.9673
$J_9$ : 평균 주탑 기초의 전도 모멘트	0.2728	0.2630	0.5732	0.5637	0.3857	0.3863	0.2574	0.5279	0.3788
$J_{10}$ : 평균 상판 높이의 주탑 모멘트	0.4038	0.4069	0.5088	0.5145	0.5262	0.5409	0.4732	0.4875	0.6389
$J_{11}$ : 평균 케이블 인장력	0.0167	0.0163	0.0101	0.0098	0.0093	0.0093	0.0141	0.0073	0.0078

### 3.4 입력 지진의 주파수 특성에 대한 납고무 받침 설계치

구조물의 동적 거동은 지진하중의 최대지반 가속도 뿐 아니라, 지진하중 주파수 특성의 영향을 받게 된다. 그러므로 입력 지진 하중의 다양한 탁월 주파수에 대하여 설계된 납고무 받침의 특성을 알아 볼 필요가 있다. 따라서 본 연구에서는 지진 하중의 주파수 특성에 따른 납고무 받침의 설계 물성치가 어떻게 달라지는지 확인해 보았다. 지진 하중은 앞에서 사용한 세 개의 역사 지진을 사용했고, 최대지반 가속도의 영향을 제거하기 위해 최대지반 가속도를 0.36g/s 로 맞추었다.

El Centro, Mexico City, Gebze 지진의 탁월 주파수는 그림 4와 같이 1.5Hz, 0.5Hz, 2Hz 정도의 값을 가지며, 각 지진 하중에 대해 설계된 적절한 납고무 받침의 물성치는 표 4와 같다.

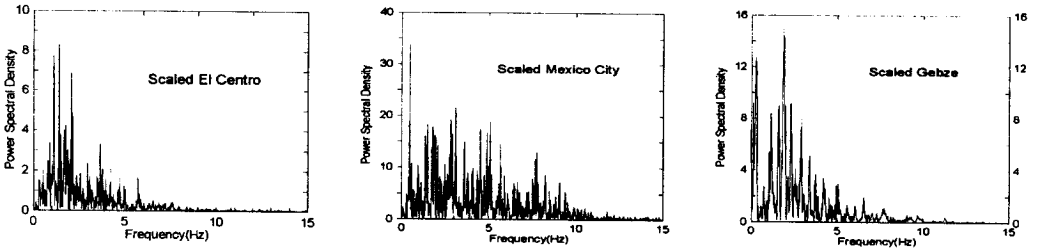


그림 4. 각 역사 지진의 Power Spectral Density

표 4. 각 지진 하중에 대해 설계된 납고무 받침 물성치

	Plastic Stiffness(Kp)	Shear Strength(Qy)	Elastic/Plastic(Ke/Kp)
Scaled El Centro	1.4W(tf/m)	0.13W(tf)	11
Scaled Mexico	0.9W(tf/m)	0.15W(tf)	10
Scaled Gebze	1.5W(tf/m)	0.16W(tf)	9

표 4의 결과로 볼때, 지진 하중의 주파수에 따라 납고무 받침의 항복 후의 강성이 많은 영향을 받고 있음을 확인할 수 있다. 저주파수 성분이 탁월한 Mexico City 지진의 경우, 세 개의 지진 중 가장 작은 납고무 받침의 항복 후 강성을 필요로 했다. 그리고 비교적 고주파수 성분이 지배적인 Gebze 지진의 경우, 가장 강성이 큰 납고무 받침을 필요로 했다. 이는 저주파수의 성분이 탁월한 지진일수록 납고무 받침의 유연성을 증가시켜야 함을 보여 주는 것이다. 그러나 납심의 전단 강도는 지진 주파수특성에 따른 영향이 적음을 확인할 수 있다. 그리고 납고무 받침의 항복전·후의 강성비 또한 지진 주파수특성에 따른 영향이 적음을 알 수 있다. 위의 결과로 볼때, 납고무 받침의 설계에 있어서 입력 지진하중의 주파수 성분 또한 중요한 설계 변수가 될 수 있음을 확인할 수 있다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 지진하중을 받는 사장교의 면진성능 향상을 위한 납고무 받침의 설계 방법을 제안하였다. 제안된 방법을 통해 사장교에 적용한 납고무 받침의 물성치는 제안된 설계지수가 최소가 되거나 수렴하는 값을 취하였다.

설계된 납고무 받침의 강성은 일반적인 건축구조물이나 교량에 적용하는 값에 비해 더 큰 값을 가지며, 납심의 전단 강도 또한 더 큰 값을 필요로 하고 있음을 확인하였다. 즉, 사장교같은 유연한 교량은 유연한 납고무 받침에 의한 고유주기의 이동효과 보다는, 충분한 강성을 가지며 납의 소성 거동 효과가 큰 납고무 받침이 필요하다. 그리고, 납고무 받침의 항복 전·후의 강성의 비는 지진의 경우에 따라 크게 바뀌지 않았으며, 강성비에 따른 응답의 차이가 크지 않았다.

또한 설계된 납고무 받침을 이용해 수치해석을 한 결과, 특정한 설계 지진으로 설계된 납고무

받침의 경우 다른 종류의 지진 하중에도 충분한 면진성능을 발휘하고 있고, 기존의 기초 분리의 개념인 구조물의 고유주기 이동에 의해 설계된 납고무 받침의 경우보다 더 좋은 면진성능을 나타냈다.

그러나 납고무 받침의 설계에 있어서 지진 하중의 주파수 특성이 납고무 받침의 항복전·후의 강성에 영향을 미치는 것으로 보여지므로, 입력 지진 하중의 주파수 특성 또한 납고무 받침의 설계시 중요한 설계 변수가 될 수 있음을 확인하였다. 따라서 납고무 받침의 설계시, 사장교가 시공되는 지역의 지진하중의 주파수 특성을 파악하는 것이 중요하고, 이를 이용해 설계 최대 지반 가속도 및 지진의 주파수 특징에 맞는 인공지진의 생성이나 역사지진을 이용하여 사장교에 적합한 납고무 받침을 설계하는 방법이 필요할 것이다.

## 감사의 글

본 연구는 2000년도 과학기술부의 국가지정연구실 지원(과제번호: 2000-N-NL-01-C-251)으로 수행되었으며, 이에 감사의 마음을 전합니다.

## 참고문헌

1. Ali, H. M. and Abdel-Ghaffar, A. M., "Seismic passive control of cable-stayed bridges", Shock and Vibration, Vol.2, No.4, 1995, pp.259-272.
2. Ghobarah, A. and Ali, H. M., "Seismic performance of highway bridges", Eng. Structures, Vol.10, 1988, pp.157-166.
3. Turan, G. "Active control of a cable-stayed bridge against earthquake excitations", Thesis for the degree of doctoral of philosophy in civil engineering in UIUC, 2001.
4. Dyke, S. J., Caicedo, J. M., Turan, G., Bergman, L. A. and Haque, S., "Phase I benchmark control problem for seismic response of cable-stayed bridges", J. of Structural Engineering Vol.29, No.7, 2003, pp.857-872.
5. Spencer Jr., B. F., Dyke, S. J. and Deoskar, H. S., "Benchmark problems in structural control: part I-active tendon system", Earthquake Engineering and Structural Dynamics Special issue on benchmark problems, Vol.27, No.11, 1998, pp.1127-1137.
6. Wen, Y. K. "Method for random vibration for inelastic structures", J. of Applied Mechanics division, Vol.42, No.2, 1989, pp.39-52.
7. Robinson, W. H. "Lead-rubber hysteretic bearings suitable for protecting structures during earthquakes", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.10, 1982, pp.93-604.
8. Wesolowsky, M. J. and Wilson, J. C., "Seismic isolation of cable-stayed bridges for near-field ground motions", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.32, 2003, pp.2107-2126.
9. Kelly, F. and Kelly, J. M., "Design of seismic isolated structures-from theory to practice, John Willey and Sons, Inc.", 1999.