

# 이동하중을 받는 교량의 진동제어

## Vibration Control of Bridges under Moving Loads

권호철\* · 김만철\*\* · 이종현\*\*\* · 이인원\*\*\*\*

Kwon, Ho Chul · Kim, Man Cheol · Lee, Jong Heon · Lee, In Won

Abstract

This paper presents vibration control of bridges under moving loads using tuned mass damper (TMD). TMD, a kind of passive type control device, has a variety of merits in that it has permanent service time, and needs easy management and maintenance efforts and no external power supplying sources. TMD is tuned to the 1st dominant vertical mode and installed in the middle of bridges. The dynamic response of bridges subjected to moving loads can be obtained using moving mass model that considers the effects of the vehicle mass, thus TGV highspeed trains are modeled as 2 DOF system consisting of wheel and body. To show the efficiency of TMD in the case of 3-span bridge, the midpoint vertical displacements and their fast Fourier transform results are compared before and after the installation of TMD.

*Keywords* : moving loads, critical speeds, bridges, vibration control, tuned mass damper

요 지

본 논문은 동조질량 감쇠장치(TMD)를 이용하여 이동하중에 의한 교량의 진동을 제어하는 방법을 제시한다. 수동형 진동제어장치인 동조질량 감쇠장치는 사용기간이 영구적이며, 관리가 용이하고 외부로부터의 동력원이 필요치 않은 장점이 있다. 동조질량 감쇠장치는 교량의 첫번째 연직 모우드에 동조시킨후 교량의 중앙점에 설치하였다. 교량의 동적응답은 차량의 질량효과를 고려한 이동질량 모델을 사용하였으며, TGV 고속철도차량을 바퀴와 차체로 구성된 2자유도 시스템으로 모델링하였다. 3경간 교량에 설치된 동조질량 감쇠장치의 효율성을 증명하기 위하여 동조질량 감쇠장치 설치 전후 교량 중앙점의 연직변위와 fast Fourier transform 결과를 비교하였다.

**핵심용어** : 이동하중, 임계속도, 교량, 진동제어, 동조질량 감쇠장치

\*정회원 · KAIST 토목공학과 석사과정  
\*\*정회원 · KAIST 토목공학과 박사과정  
\*\*\*정회원 · 경북산업대학교 교수  
\*\*\*\*정회원 · KAIST 토목공학과 교수

# 1. 서론

최근 토목·건축분야에서 설계 및 시공기술의 발달은 가볍고 장대화된 구조물의 건설을 가능케하고 있다. 이로 인해 구조물은 동적하중에 대해 더욱 취약해졌으며, 특히 고속철도와 같은 대형차량의 도입으로 이러한 문제의 심각성이 증대하고 있다. 운송수단의 대형화·고속화 및 장경간 교량의 가설 증대로 더욱 심각해진 이동하중의 동적효과는 정적하중에 비해 충격으로 인한 교량내부의 최대응력을 과도하게 증가시켜 구조물의 안전문제를 야기시킨다. 또한 교량진동으로 발생한 과도한 처짐은 피로의 효과를 증대시키고 구조물의 사용성을 저하시킨다. 이동하중으로 발생한 동적응답을 감소시키기 위한 방법으로 진동제어장치를 이용한 방법을 고려할 수 있다. 그러나 이와 관련된 연구는 그 중요성과 달리 아직 미진한 상태이므로 이에 대한 연구가 필요하다.

본 논문에서는 해석적인 방법을 통하여 수동형 진동제어장치인 동조질량 감쇠장치를 설치한 교량의 응답을 구한 후, 이를 제어전의 교량응답과 비교함으로써 진동제어의 효과를 증명하고자 한다. 해석에 사용한 이동하중은 우리나라에 도입될 예정인 프랑스의 고속철도(TGV)차량을 사용하였으며, 차량의 관성력을 고려하기 위하여 Moving Mass Model<sup>(1)</sup>을 사용하였다. 따라서 고속철도차량은 질량과 감쇠장치 및 스프링으로 구성된 차체와 바퀴의 2자유도계로 모델링하였으며, 연직방향의 자유도만을 고려하였다. 교량의 응답을 감소시키기 위해 본 논문에서 사용한 동조질량 감쇠장치는 교량의 가장 지배적인 모드에 동조시켜 교량의 응답이 최대가 되는 지점에 설치하였다. 동조질량 감쇠장치의 최적진동수 조건은 Den Hartog의 제안식<sup>(2)</sup>을 사용하였으며, 감쇠장치의 감쇠값은 구조물의 응답을 최대로 감소시키기 위해 Tsai가 제안한 임계 감쇠장치 감쇠값(Critical Damper Damping)<sup>(3)</sup>을 사용하였다. 모우드 중첩법에 의해 구한 동조질량 감쇠장치 설치 전후에 해당하는 운동방정식의 해를 구하기 위한 수치해석 방법으로는  $t+\Delta t$  시간에서의 평행방정식으로 부터 거동을 구하는 묵시적방법(Implicit Method)인 Newmark  $\beta$  방법중에서 무조건적인 안정성을 확보할 수 있도록 평균가속도법(Constant-Average-Acceleration Method)을 사용하였다. 위에서 설명한 수치

해석 방법을 적용하여 설계 범위내에서 차량속도와 교량의 응답특성을 관찰함으로써 진동제어를 수행할 차량속도를 설정하였고, 교량의 응답감소에 대한 동조질량 감쇠장치의 효율성을 입증하였다.

# 2. 이동하중하의 교량의 거동

일반적으로 이동하중의 관성력을 고려한 해석은 상당히 복잡하지만, 이동하중의 질량효과를 무시할 수 없는 대형차량의 경우 관성력을 고려한 해석을 수행해야 한다. 이동하중을 정적하중으로 치환하여 사용하는 경우 차량의 동적관계가 무시되기 때문에 정확한 거동을 구하기 어렵다. 본장에서는 그림 1에서와 같이 이동하중의 관성력을 고려하기 위해 Moving Mass Model을 사용하였으며, 이동하중을 차량의 바퀴부분과 차체부분으로 나누고, 연직방향의 운동성분만을 갖는 질량과 감쇠장치 및 스프링으로 구성된 2자유도 시스템으로 모델링하였다. 해석에 사용한 경부고속철도 교량은 등가의 강성을 갖는 Bernoulli-Euler보로 이상화하였다.

## 2.1 운동방정식<sup>(4)</sup>

본장은 2자유도 시스템으로 모델링된 이동하중이 교량을 통과할 경우, 차량과 교량사이의 운동방정식을 유도하는 과정을 기술하였다. 공식화의 과정에서 무차원화된 운동방정식을 유도하였으며, 수치적인 해석방법을 적용할 수 있도록 유도된 운동방정식을 행렬형태로 표현하였다. 위의 과정을 위하여 다음과 같은 가정을 도입하여 모델링과 해석작업을 수행하였다.

- ① 실제의 교량은 등가강성을 갖는 보로 이상화하

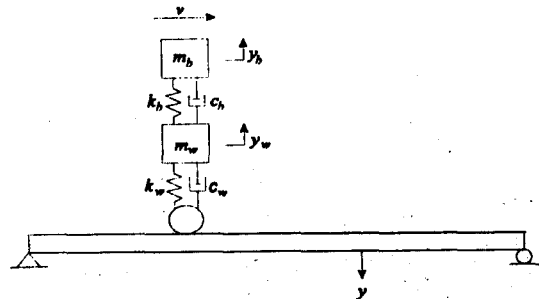


그림 1. 차량모델.

였다.

- ② 차량의 연직방향 운동만 고려하였다.
- ③ 차량은 일정한 속도로 이동한다.

여기서  $y_b$ ,  $y_w$ ,  $y$ 는 각각 차체, 바퀴, 교량의 연직 변위이며,  $m_b$ ,  $c_b$ ,  $k_b$ 는 각각 차체의 질량, 감쇠값, 스프링상수를 나타내며  $m_w$ ,  $c_w$ ,  $k_w$ 는 바퀴의 질량, 감쇠값, 스프링상수를 나타낸다. 위의 시스템에 대한 운동방정식은 크게 차량과 보에 대한 운동방정식으로 이루어진다. 차량에 대한 운동방정식은 아래의 식 (1), (2)와 같다.

$$m_w \ddot{y}_w + m_b \ddot{y}_b + c_w (\dot{y}_w + \dot{y}) + k_w (y_w + y) = 0 \quad (1)$$

$$m_b \ddot{y}_b + c_b (\dot{y}_b - \dot{y}_w) + k_b (y_b - y_w) = 0 \quad (2)$$

또한 일정한 속도  $v$ 로 이동하는 차량에 의해 힘을 받는 교량의 운동방정식은 다음과 같다.

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + c \frac{\partial y}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F(x, t) \quad (3)$$

$$F(x, t) = \{(m_w + m_b)g + m_w \ddot{y}_w + m_b \ddot{y}_b\} \delta(x - vt) \quad (4)$$

여기서  $c$ 는 교량의 감쇠값을 의미하고,  $F(x, t)$ 는 차량에 의해 교량에 가해지는 힘으로써 Dirac delta function  $\delta(x-vt)$ 는 차량에 의한 힘이 차량의 통과지점에 가해지는 것을 나타내기 위해 사용하였다.

## 2.2 자유진동해석<sup>(5)</sup>

구조물의 동적해석을 위해 고유치문제의 해결은 필수적이다. 고유치와 고유함수를 이용하여 구조물의 응답을 각 모드별로 조합하여 전체구조물의 응답을 구할 수 있다. 본절에서는 보의 자유진동 미분방정식을 이용하여 요소의 강성행렬을 구한 후 이들을 조합하여 전체의 강성행렬을 구성하고, 절점변위와 절점력의 관계로부터 고유치와 고유함수를 구하는 과정을 다루고 있다. 자유진동해석을 위한 보의 미분방정식은 다음과 같다.

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

여기서  $EI$ 는 보의 휨강성,  $m$ 은 보의 단위길이당 질량,  $y$ 는 보의 연직변위를 나타내며 다음과 같이 시간과 공간의 함수로 표현할 수 있다.

$$y = \phi(x) \sin \omega t \quad (6)$$

여기서  $\omega$ 는 보의 고유진동수이며, 식 (6)은 미분방정식 (5)를 만족하므로 다음과 같은 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{\partial^4 \phi(x)}{\partial x^4} = \beta^4 \phi(x) \quad (7)$$

$$\beta^4 = \frac{m \omega^2}{EI} \quad (8)$$

고유함수(eigenfunctions)는 미분 방정식 (7)의 해로서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi(x) = A \cos \beta x + B \sin \beta x + C \cosh \beta x + D \sinh \beta x \quad (9)$$

여기서 적분상수  $A, B, C, D$ 는 보 양단의 경계조건과 다경간 교량의 경우 중간 지지점의 경계조건으로부터 결정되며 회전각  $\theta(x)$ , 휨 모멘트  $M(x)$ , 전단력  $S(x)$ 는 아래의 식 (10), (11), (12)와 같다.

$$\theta(x) = \frac{d\phi(x)}{dx} \quad (10)$$

$$M(x) = -EI \frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} \quad (11)$$

$$S(x) = -EI \frac{d^3 \phi(x)}{dx^3} \quad (12)$$

따라서 양단에서의 경계조건을 식 (10), (11), (12)에 도입하면 다음과 같은 평형방정식 (13)을 얻을 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ M_1 \\ S_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ & & k_{33} & k_{34} \\ \text{sym.} & & & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ \theta_1 \\ V_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

여기서  $V_1, V_2$ 는 보의 연직자유도,  $\theta_1, \theta_2$ 는 보의 회전자유도이며, 식 (13)에서 정의된 요소 강성 행렬(element stiffness matrix) 성분은 식 (14)와 같다.

$$k_{11} = G(\sin \lambda \cosh \lambda + \cos \lambda \sinh \lambda) ;$$

$$k_{12} = \frac{-G(\sin \lambda \sinh \lambda)}{\beta} ;$$

$$k_{13} = -G(\sin \lambda + \sinh \lambda) ;$$

$$k_{14} = \frac{G(\cos \lambda - \cosh \lambda)}{\beta} ;$$

$$K_{22} = \frac{G(\sin \lambda \cosh \lambda - \cos \lambda \sinh \lambda)}{\beta^2} ;$$

$$\begin{aligned}
k_{23} &= -k_{14} : & k_{24} &= \frac{-G(\sin \lambda - \sinh \lambda)}{\beta^2} : \\
k_{33} &= k_{11} : & k_{34} &= -k_{12} : & k_{44} &= k_{22} : \\
G &= \frac{EI \beta^3}{(1 - \cos \lambda \cosh \lambda)} : & \lambda &= \beta l
\end{aligned} \quad (14)$$

식 (13)을 기지와 미지의 변위성분에 따라 나누고, 요소별 강성 행렬을 조합하면 전체 강성 행렬을 식 (15)와 같이 구성할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} F_\alpha \\ \dots \\ F_\beta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{\alpha\alpha} & : & K_{\alpha\beta} \\ \dots & \dots & \dots \\ K_{\beta\alpha} & : & K_{\beta\beta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_\alpha \\ \dots \\ U_\beta \end{Bmatrix} \quad (15)$$

여기서  $U_\alpha (F_\alpha)$ 는 미지의 절점변위(그에 대응하는 절점력)이고,  $U_\beta (F_\beta)$ 는 기지의 구속된 절점변위(그에 대응하는 절점력)를 나타낸다. 여기서  $U_\beta = 0$ ,  $F_\alpha = 0$ 이므로 식 (15)가 non-trivial solution을 갖기 위해서는 다음 관계가 성립한다.

$$\det(K_{\alpha\alpha}) = 0 \quad (16)$$

따라서 식 (16)으로부터 구한  $\lambda$ 와 식 (15)를 이용하여 각 요소의 단부변위와 단부력을 계산한 후, 이 값들을 식 (17)에 대입하여 적분상수와 실제 교량의 고유함수(eigenfunctions)를 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ \theta_1 \\ V_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
r_{11} &= -H(1 + \sin \lambda \sinh \lambda - \cos \lambda \cosh \lambda) : \\
r_{12} &= \frac{H(\sin \lambda \cosh \lambda - \cos \lambda \sinh \lambda)}{\beta} : \\
r_{13} &= -H(\cos \lambda - \cosh \lambda) : \\
r_{14} &= \frac{-H(\sin \lambda - \sinh \lambda)}{\beta} : \\
r_{21} &= H(\sin \lambda \cosh \lambda + \cos \lambda \sinh \lambda) : \\
r_{22} &= \frac{H(1 - \sin \lambda \sinh \lambda - \cos \lambda \cosh \lambda)}{\beta} \\
r_{23} &= -H(\sin \lambda + \sinh \lambda) : \\
r_{24} &= \frac{-r_{13}}{\beta} : & r_{31} &= -r_{22} \beta : & r_{32} &= -r_{12} : \\
r_{33} &= -r_{13} : & r_{34} &= -r_{14} : & r_{41} &= -r_{21} :
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r_{42} &= \frac{-r_{11}}{\beta} : & r_{43} &= -r_{23} : & r_{44} &= \frac{r_{13}}{\beta} : \\
H &= \frac{1}{2(1 - \cos \lambda \cosh \lambda)} :
\end{aligned} \quad (18)$$

위의 해석절차를 통해 임의의 지지조건을 갖는 교량의 고유치와 고유함수를 결정할 수 있다. 다경간 교량의 경우 각 경간에서 모우드별로 적분상수를 결정해야 한다.

### 2.3 동적응답

본절은 앞절의 자유진동 해석결과를 이용하여 차량과 교량의 동적응답을 구하는 과정을 다루고 있다. 차량에 의한 교량의 동적응답을 모우드별로 구하기 위해 교량의 변위를 직교모우드와 일반좌표계의 항으로 표현하면 식 (19)와 같다.

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) \phi_n(x) \quad (19)$$

이때 교량의 운동방정식 (3)에 식 (19)를 대입하여 일반좌표계로 표현된 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\ddot{q}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n \\
= \frac{1}{m M_n^2} \int_0^L F(x, t) \phi_n(x) dx
\end{aligned} \quad (20)$$

$$M_n^2 = \int_0^L \phi_n^2 dx \quad (21)$$

여기서  $L$ 은 교량의 전체길이,  $\zeta_n$ 은 교량의 각 모우드별 감쇠계수,  $\omega_n$ 은 교량의 고유진동수,  $\phi_n(x)$ 은 교량의 고유함수이다. 차량의 차체와 바퀴의 동적특성을 나타내는 진동수와 모우드별 감쇠계수비는 다음과 같이 정의한다.

$$\omega_b = \sqrt{\frac{k_b}{m_b}} \quad \zeta_b = \frac{c_b}{2m_b \omega_b} \quad (22)$$

$$\omega_w = \sqrt{\frac{k_w}{(m_w + m_b)}} \quad \zeta_w = \frac{c_w}{2(m_w + m_b) \omega_w} \quad (23)$$

다음은 차량과 교량의 운동방정식 (1), (2), (20)에 무차원 변수를 도입하여 무차원 방정식을 유도하는 과정을 다루고 있다. 식 (24)는 차량과 교량의 질량비를 나타내는 변수들이며, 식 (25)는 차량과 교량 사이의 진동수 관계를 나타내고, 식 (26)은 차량의

위치를 나타내는 변수들이다.

$$\varepsilon = \frac{(m_w + m_b)}{ml}, \quad \varepsilon_w = \frac{m_w}{ml}, \quad \varepsilon_b = \frac{m_b}{ml}, \quad \gamma_m = \frac{m_w}{m_b} \quad (24)$$

$$\Omega = \frac{\omega_1}{\omega_w}, \quad \gamma = \frac{\omega_b}{\omega_w} \quad (25)$$

$$\xi_v = \frac{v}{1}, \quad \xi = \frac{x}{1} \quad (26)$$

이때 l은 한경간의 길이이며, 차체와 바퀴 및 교량의 연직변위는 차량이 중앙점에 위치하였을 때의 정적변위와의 비로 나타내었다. 식 (27)은 위의 정적변위를 의미하며 본 논문의 해석대상인 등간격의 3경간 교량의 경우  $C_{static}$ 은  $(11\pi^4/960)$ 의 값을 갖는다. 식 (28)은 무차원화한 차체와 바퀴 및 교량의 연직변위를 나타낸다.

$$y_m = \frac{C_{static}(m_w + m_b)g}{ml\omega_1^2} \quad (27)$$

$$Y_w = \frac{y_w}{y_m}, \quad Y_b = \frac{y_b}{y_m}, \quad Y = \frac{y}{y_m}, \quad u_n = \frac{q_n}{y_m} \quad (28)$$

식 (24)~(28)을 차체와 교량의 운동방정식 (1), (2), (20)에 대입하면 다음과 같은 무차원 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\Omega^2 \ddot{Y}_w + (\varepsilon_b/\varepsilon_w) \ddot{Y}_b + 2\zeta_w(\varepsilon/\varepsilon_w) \Omega (\dot{Y}_w + \dot{Y}) + (\varepsilon/\varepsilon_w)(Y_w + Y) = 0 \quad (29)$$

$$\Omega^2 \ddot{Y}_b + 2\zeta_b \Omega \gamma (\dot{Y}_b - \dot{Y}_w) + \gamma^2 (Y_b - Y_w) = 0 \quad (30)$$

$$\ddot{u}_n + 2\xi_n(\omega_b/\omega_1)\dot{u}_n + (\omega_b/\omega_1)^2 u_n \quad (31)$$

$$= \frac{\Delta l}{M_s^2} \left( \frac{1}{C_{static}} + \varepsilon_b \ddot{Y}_b + \varepsilon_w \ddot{Y}_w \right) \phi_n(\xi_v)$$

여기서  $\Delta$ 는 강제진동의 경우 1.0, 자유진동의 경우는 0.0을 갖는다. 무차원화된 교량의 연직변위는 식 (32)와 같이 주어진다.

$$Y(\xi, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(\tau) \phi_n(\xi) \quad (32)$$

여기서  $\tau = \omega_1 t$ 이다. 위의 식 (32)를 무차원 운동방정식 (29)~(31)에 대입하여 행렬 형태로 정리해 보면 전체 운동방정식은 아래와 같이 표현된다.

$$M\dot{p} + C\dot{p} + Kp = Q \quad (33)$$

여기서 M, C, K는 각각 전체시스템의 질량, 감쇠, 강성 행렬을 의미하며, Q는 하중벡터를 의미하고, p는 전체시스템의 자유도를 나타낸다. 만약 교량의 자유도를 n개 고려한다면 식 (33)은 행렬의 크기가  $(n+2)$ 인 운동방정식이 된다. 운동방정식 (33)은 예시의 평형 운동방정식으로부터 거동을 구하는 Newmark  $\beta$  방법을 이용하여 해석을 수행한다.

$$M = \begin{bmatrix} \Omega^2 & (\varepsilon_b/\varepsilon_w)\Omega^2 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \Omega^2 & 0 & 0 & \dots \\ -\Delta\varepsilon_b\phi_1(\xi_v)/M_1^2 & -\Delta\varepsilon_b\phi_1(\xi_v)/M_1^2 & 1 & 0 & \dots \\ -\Delta\varepsilon_w\phi_2(\xi_v)/M_2^2 & -\Delta\varepsilon_w\phi_2(\xi_v)/M_2^2 & 0 & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 2\zeta_w(\varepsilon/\varepsilon_w)\Omega & 0 & 2\zeta_w(\varepsilon/\varepsilon_w)\Omega\gamma_1(\xi) & 2\zeta_w(\varepsilon/\varepsilon_w)\Omega\gamma_2(\xi) & \dots \\ -2\zeta_b\Omega\gamma_1 & 2\zeta_b\Omega\gamma_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 2\zeta_w(\omega_1/\omega_1) & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 2\zeta_w(\omega_1/\omega_1) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} (\varepsilon/\varepsilon_w) & 0 & (\varepsilon/\varepsilon_w)\phi_1(\xi_v) & (\varepsilon/\varepsilon_w)\phi_2(\xi_v) & \dots \\ -\gamma^2 & \gamma^2 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & (\omega_1/\omega_1)^2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & (\omega_2/\omega_1)^2 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta\phi_1(\xi_v)/(C_{static}M_1^2) \\ \Delta\phi_2(\xi_v)/(C_{static}M_2^2) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad p = \begin{bmatrix} Y_w \\ Y_b \\ u_1 \\ u_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (34)$$

### 3. 동조질량 감쇠장치가 설치된 교량의 거동

본장에서는 수동형 진동제어장치인 동조질량 감쇠장치(TMD) 설치 전·후의 교량응답을 비교함으로써 진동제어 효과를 증명하기 위해, TMD가 설치된 교량의 운동방정식을 유도하는 과정을 다루고 있다. TMD는 질량과 감쇠장치 및 스프링으로 구성된 1자유도 시스템으로, 교량의 응답이 최대가 되는 교량의 중앙점에 설치하였다. 2장에서와 마찬가지로 TMD에 대한 운동방정식을 무차원화하였으며, 수치적인 해석방법을 적용할 수 있도록 유도된 운동방정식을 행렬형태로 표현하였다.

### 3.1 운동방정식

아래의 그림 2는 교량의 중앙점에 설치된 TMD를 나타낸다.

TMD가 설치된 교량의 운동방정식을 유도하기 위해서는 먼저 2장에서 유도된 차량과 교량의 운동방정식에 TMD와 교량의 관계를 나타내는 운동방정식을 추가해야 한다. 이때 새롭게 추가된 TMD의 운동방정식에는 TMD의 관성력을 고려해야 한다. 아래의 식 (35)는 교량과 TMD 사이의 거동을 나타내는 운동방정식이다.

$$m_z \ddot{z} + c_z (\dot{z} - \dot{y}) + k_z (z - y) = 0 \quad (35)$$

여기서  $m_z$ ,  $c_z$ ,  $k_z$ 는 각각 TMD의 질량과 감쇠값 및 스프링상수를 나타낸다. 교량의 중앙점에 설치된 TMD의 질량과 관성력이 교량의 중앙에 작용하고, 차량이 통과하는 위치에 차량의 질량과 관성력이 작용하므로, 이를 고려하여 교량의 운동방정식의 하중항에 반영하면 아래의 식 (36)과 같다.

$$F(x, t) = \{(m_w + m_b)g + m_w \ddot{y}_w + m_b \ddot{y}_b\} \delta(x - vt) + (m_z g - m_z \ddot{z}) \delta(x - \frac{L}{2}) \quad (36)$$

### 3.2 동적응답

TMD가 설치된 교량의 동적응답을 구하기 위해서는 2장에서와 같이 무차원화된 운동방정식으로 변환하여 수치적 방법을 적용해야 한다. 무차원 운동방정식을 얻기 위하여 식 (37)과 같은 무차원 변수를 정의한다.

$$Z = \frac{z}{y_m}, \quad \varepsilon_z = \frac{m_z}{m_l}, \quad \gamma_z = \frac{\omega_z}{\omega_w} \quad (37)$$

여기서  $Z$ 는 TMD의 연직 변위를 나타내는 무차원 변수이고,  $\varepsilon_z$ 는 교량의 총질량에 대한 TMD의 질량비를 나타내며,  $\gamma_z$ 는 TMD의 진동수를 나타내는 무차원 계수로 바퀴와의 진동수비로 표시하였다. 아래의 식 (38)은 무차원 변수를 도입하여 구성한 TMD의

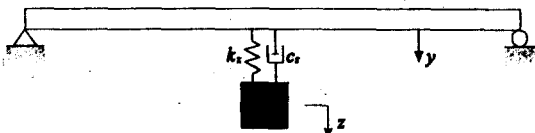


그림 2. 교량의 중앙에 설치된 TMD.

무차원 운동방정식이다.

$$\Omega^2 \ddot{Z} + 2\zeta \Omega \dot{Z} (\dot{Z} - \dot{Y}) + \gamma_z^2 (Z - Y) = 0 \quad (38)$$

무차원 운동방정식 (38)을 차량과 교량의 운동방정식에 추가하고, 식 (36)에 주어진 TMD에 의해 교량에 가해지는 힘을 고려하면 아래의 식 (39)와 같이 차량과 교량, TMD의 운동방정식을 행렬 형태로 표현할 수 있다. 교량의 자유도를  $n$ 개 고려한다면 운동방정식은  $(n+3)$ 의 크기를 갖는다. TMD 설치전 운동방정식의 해를 구하는 방법과 마찬가지로 Newmark 방법을 사용하여 해를 구한다. 전체시스템의 운동방정식은 식 (39)와 같다.

$$M\ddot{p} + C\dot{p} + Kp = Q \quad (39)$$

$M =$

$$\begin{bmatrix} \Omega^2 & (\varepsilon_z/\varepsilon_w)\Omega^2 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \Omega^2 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \Omega^2 & 0 & 0 & \dots \\ -\Delta\varepsilon_1 \phi_1(\xi)/M_1^2 & -\Delta\varepsilon_1 \phi_1(\xi)/M_1^2 & \varepsilon_1 \phi_1(L/2)/M_1^2 & 1 & 0 & \dots \\ -\Delta\varepsilon_2 \phi_2(\xi)/M_2^2 & -\Delta\varepsilon_2 \phi_2(\xi)/M_2^2 & \varepsilon_2 \phi_2(L/2)/M_2^2 & 0 & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

$C =$

$$\begin{bmatrix} 2\zeta_w \frac{\varepsilon}{\varepsilon_w} \Omega & 0 & 0 & 2\zeta_w \frac{\varepsilon}{\varepsilon_w} \Omega \phi_1(\xi) & 2\zeta_w \frac{\varepsilon}{\varepsilon_w} \Omega \phi_2(\xi) & \dots \\ -2\zeta_w \Omega \gamma_1 & 2\zeta_w \Omega \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 2\zeta_w \Omega^2 & -2\zeta_w \Omega^2 \phi_1(L/2) & -2\zeta_w \Omega^2 \phi_2(L/2) & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 2\zeta_w (\omega_1/\omega)^2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\zeta_w (\omega_2/\omega)^2 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} (\varepsilon/\varepsilon_w) & 0 & 0 & (\varepsilon/\varepsilon_w)\phi_1(\xi) & (\varepsilon/\varepsilon_w)\phi_2(\xi) & \dots \\ -\gamma_z^2 & \gamma_z^2 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \gamma_z^2 & -\gamma_z^2 \phi_1(L/2) & -\gamma_z^2 \phi_2(L/2) & \dots \\ 0 & 0 & 0 & (\omega_1/\omega)^2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (\omega_2/\omega)^2 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{C_{m1} M_1^2} \left( \Delta\phi_1(\xi) + \frac{\varepsilon_1 \phi_1(L/2)}{\varepsilon} \right) \\ \frac{1}{C_{m2} M_2^2} \left( \Delta\phi_2(\xi) + \frac{\varepsilon_2 \phi_2(L/2)}{\varepsilon} \right) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} Y_w \\ Y_b \\ Z \\ u_1 \\ u_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (40)$$

#### 4. 수치해석

본장에서는 경부고속철도 차량과 실제교량을 해석 대상구조물로 하여 최적의 동조조건을 갖는 TMD 설치 전후의 교량응답을 구하였다. 3경간 교량에 연행 하중이 작용하는 경우에 대해서 차량속도와 교량응답 사이의 관계를 살펴봄으로써 임계속도와 준임계속도를 구하였다. 준임계속도는 실제 가능한 차량속도이므로 준임계속도에 의한 응답을 제어하기 위해 TMD를 설치하였다. 연행하중의 경우 준임계속도가 발생하는 원인을 살펴보았으며, 또한 TMD 설치 전후의 차량 기속도를 살펴봄으로써 차량 탑승자의 승차감에 대한 연구를 수행하였다.

##### 4.1 차량의 제원

해석에 사용한 차량은 우리나라에 도입이 결정된 프랑스의 TGV 고속철도 차량이다. TGV는 크게 기관차와 중간객차 및 객차로 구성되어 있으며, 아래의 그림 3에서 화살표는 바퀴의 위치를 나타내며 바퀴의

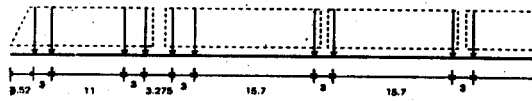


그림 3. TGV 고속철도 차량(단위: m).

표 1. TGV 차량의 물성치

기관차 부분			
	질량 (kg)	스프링상수 (N/m)	감쇠값 (Ns/m)
바퀴	2,382	$1.0 \times 10^7$	$4.0 \times 10^4$
차체	13,760	$5.0 \times 10^6$	$8.0 \times 10^4$
중간객차 부분			
	질량 (kg)	스프링상수 (N/m)	감쇠값 (Ns/m)
바퀴	2,382	$2.35 \times 10^6$	$4.0 \times 10^4$
차체	17,000	$2.86 \times 10^6$	$8.0 \times 10^4$
객차 부분			
	질량 (kg)	스프링상수 (N/m)	감쇠값 (Ns/m)
바퀴	2,382	$1.0 \times 10^7$	$8.0 \times 10^4$
차체	17,000	$5.0 \times 10^6$	$8.0 \times 10^4$

간격을 함께 도시하였다.

차량의 자유도는 연직방향 성분만을 고려하였고 횡방향과 횡방향 자유도는 고려하지 않았으며, 차량의 동특성에 영향을 미치는 차체와 바퀴의 질량과 스프링상수 및 감쇠값은 아래의 표 1과 같다. 표 1은 차체와 바퀴의 물성치를 기관차 부분, 중간객차 부분, 객차 부분으로 구분하여 제시하고 있다. 감쇠장치는 현가장치당 2개 또는 4개가 설치되어 있으므로 이를 고려하였다.

##### 4.2 교량의 제원

해석 대상 교량은 실제의 교량을 사용하기 위하여 경부고속철도 제 5-3 공구에 건설될 금강 제 2교를 선택하였다. 금강 제 2교는 그림 4에서와 같이 등간격의 3경간 연속 PC Box교로서 각 경간이 40m인 총연장 120m의 교량이다. PC Box 교량은 다른 형식의 교량에 비하여 동적거동이 우수하므로 현재 고속철도용 교량으로 채택된 형식이다. 실제 해석시 본 교량은 박스 형태의 단면을 갖으나 등가의 강성을 갖는 환산단면적을 사용하였고, PC 강선의 영향을 고려하지 않고 Bernoulli-Euler 보로서 모델링하여 해석하였다. 해석에 사용된 교량의 물성치는 아래의 표 2와 같다.

##### 4.3 동조질량 감쇠장치의 제원

TMD는 크게 질량과 감쇠장치 및 스프링의 3부분

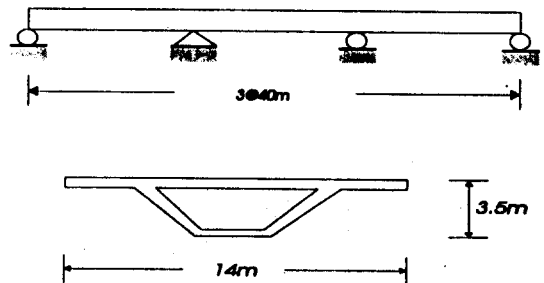


그림 4. 3경간 교량의 제원 및 단면현상.

표 2. 교량의 물성치

탄성계수	$3.303 \times 10^{10}$ N/m <sup>2</sup>	단면적	11.332 m <sup>2</sup>
밀도	3852 kg/m <sup>3</sup>	관성모멘트	18.638 m <sup>4</sup>
감쇠계수	0.3%		

으로 구성되어 있으며, 이를 구조물의 응답에 가장 주된 영향을 주는 모드에 동조시켜 응답을 감소시키고자 하는 위치에 설치한다. 여러개의 모드에 동조시킨 복수의 TMD(multiple TMD)를 사용하면 여러 지점의 응답을 동시에 감소시킬 수 있다. 주 구조물과 TMD의 진동수를 동조시키는 방법은 여러가지가 있으나, Den Hartog가 제안한 최적기준<sup>(2)</sup>을 가장 많이 사용하고 있다. 구조물과 TMD의 여러가지 진동수비와 감쇠비에 대한 구조물의 동적응답 곡선은 반드시 두개의 고정점을 통과하게 되는데, 이 두 고정점이 같은 응답을 갖도록 하는 진동수비와 감쇠비가 최적의 동조조건이 된다. Den Hartog가 제안한 최적의 진동수비와 감쇠비는 다음과 같다.

$$\epsilon_z = \frac{m_z}{m_l}, \quad \omega_z = \frac{\omega_h}{1 + \epsilon_z} \quad (41)$$

$$\left(\frac{c_z}{c_c}\right)^2 = \frac{3\epsilon_z}{8(1 + \epsilon_z)^3}, \quad c_c = 2m_z \omega_h \quad (42)$$

여기서  $\epsilon_z$ 는 TMD 질량과 교량의 질량비,  $\omega_z$ ,  $m_z$ 는 각각 TMD의 진동수와 질량을 나타내고,  $\omega_h$ 는 교량의 고유진동수,  $c_z$ 는 TMD의 감쇠값,  $c_c$ 는 임계감쇠값을 나타낸다. TMD는 주구조물보다 큰 진동을 하므로 구조물의 동적응답은 구조물 자체의 감쇠보다도 TMD의 감쇠에 의해 더 큰 영향을 받는다. 위의 식에서 알 수 있듯이 주구조물과 TMD의 진동수는 아주 근사한 값으로, 구조물의 자유진동부분에서는 beating 현상이 발생하여 응답이 커지는 현상이 발생한다. Tsai는 이러한 주 구조물의 응답이 최소가 되도록 하는 최적의 임계 감쇠장치 감쇠값(Critical Damper Damping)<sup>(3)</sup>을 식 (43)과 같이 제안하였다.

$$\zeta_z = \zeta_n + \sqrt{\epsilon_z} \quad (43)$$

여기서  $\zeta_z$ ,  $\zeta_n$ 은 각각 TMD와 구조물의 감쇠계수비를 의미한다. TMD의 감쇠계수비가 식 (43)의 값보다 작은 경우 TMD와 구조물의 감쇠비는 거의 같지만 진동 모우드가 서로 다른 경향을 보이므로 beating 현상이 발생하며, 감쇠계수비가 임계 감쇠장치 감쇠값보다 큰 경우 두 진동 모드 중 하나의 감쇠비가 평균 감쇠값보다 작고, 이러한 진동 모우드가 지배적이게 되어 감쇠의 효과가 오히려 저하하는 특징을 보여준다. 따라서 식 (43)에 주어진 임계 감쇠장치 감쇠값을 채택함으로써 가장 큰 진동에너지

감소효과를 얻을 수 있다.

#### 4.4 연행하중하의 응답

수치해석에 사용한 Newmark  $\beta$  방법의 무조건적인 안정성을 확보할 목적으로 평균가속도법(Constant-Average-Acceleration Method)을 채택하였으며, 사용한 매개변수와 적분 시간 간격  $\Delta t$ 는 아래의 식 (44)와 같다.

$$\delta = \frac{1}{2}, \quad \alpha = \frac{1}{4}, \quad \Delta t = T_{10} \quad (44)$$

여기서 T는 고려되는 구조물의 진동수 중에서 가장 작은 주기를 나타낸다.

##### 4.4.1 차량속도에 의한 영향

아래의 그림 5는 연행하중의 속도에 따른 3경간 교량 중앙점의 연직변위를 나타낸 그림이다. 결과를 통해 여러 속도에서 변위가 극부적으로 증가하는 준입계속도가 존재하였다. 이 그림에서 주목해야 할 사항은 교량의 설계속도 350 km/h일 때의 응답보다도 더 작은 차량속도인 300 km/h에서의 응답이 더 크다는 사실이다. 일반적으로 교량의 응답은 연행하중의 반복적인 재하에 의해 영향을 받는데, 이는 각 차량간격에 대해 교량의 응답이 최대가 되도록 하는 속도가 존재한다는 사실을 의미한다. 실제 TGV의 경우 차량간격이 일정하지 않고 여러개의 차량간격이 존재하므로 이의 영향을 고려하여 임계속도와 준입계속도를 정확히 결정하는 작업은 매우 어려운 일이다. 따라서 본 연구에서는 임계속도와 준입계속도를 여러가지 속도에 대한 교량의 최대응답 곡선을 그려봄으로써 결정하였다. 속도가 증가하면 최대변위가 무

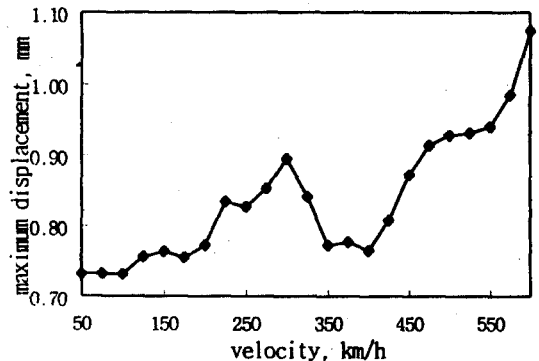


그림 5. TGV 속도와 교량중앙점의 최대 연직변위.



조건 증가하지 않고 오히려 작은 속도에서 더 큰 응답을 보일 수 있기 때문에, 준임계속도의 존재는 교량의 설계단계에서 반드시 고려해야 할 사항이다. 차량에 의해 교량에 미치는 충격효과는 설계단계에서 충격계수에 의해 반영하는데, 적절한 충격계수의 산정에 이러한 교량의 거동특성을 정확히 파악함이 중요하다. 따라서 진동제어를 수행할 차량속도를 준임계속도인 300 km/h 설정하였다.

#### 4.4.2 동조질량 감쇠장치 설치전의 응답

아래의 그림 6과 7은 TGV 고속철도 차량이 300 km/h의 속도로 통과할때 3경간 교량 중앙점의 연직변위와 이 결과를 주파수 영역에서 살펴본 그림이다. 차량으로 인한 강제진동이 가장 지배적이며, 교량의 자유진동으로 인해 첫번째 모우드인 3.7 Hz 근처에서 응답이 상당히 크게 나타났다.

#### 4.4.3 동조질량 감쇠장치 설치후의 응답

교량의 첫번째 모우드에 동조시킨 TMD를 3경간

교량의 중앙에 설치하였으며, 질량비( $\epsilon_r$ )는 일반적으로 0.01~0.04의 값을 사용하고 있으나 본 연구에서는 0.01을 채택하였다. TMD의 질량비가 증가하면 질량에 의한 관성력이 증가하며, 이는 교량에 가해지는 제어력의 증가를 의미하므로 더 큰 진동제어 효과를 얻을 수 있으나, 실제 시공시 과도한 정적변위를 초래하므로 가능하면 작은 질량비를 사용해야 한다.

TMD 설치전·후의 결과를 비교해 보면 교량의 최대변위가 0.896 mm에서 0.700 mm로 약 21.8 감소하였고, 자유진동이 빠르게 감소하였다. 일반적으로 단일하중인 경우에 비해 연행하중이 작용하는 경우 강제진동 부분의 변위감소율이 더 크게 나타나는데, 이는 연행하중의 연속적인 통과로 인해 TMD의 움직임이 증가하여 제어력이 커지기 때문이다. 또한 자유진동 부분의 빠른 감소는 감쇠장치 감쇠의 영향에 의한 것으로, 교량 자체의 감쇠보다도 교량의 응답에 더 큰 영향을 미침을 알 수 있다. 그림 9의 주파수 영

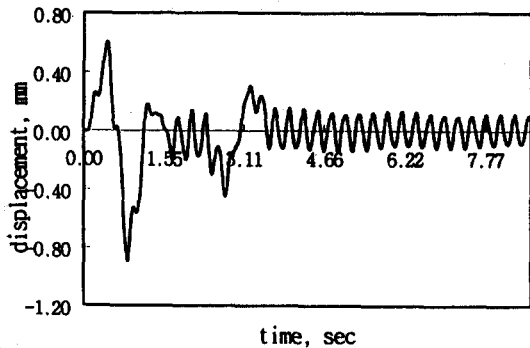


그림 6. TMD 설치전 3경간 교량 중앙점의 연직변위.

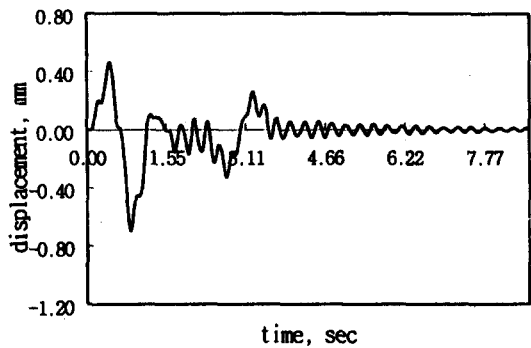


그림 8. TMD 설치후 3경간 교량 중앙점의 연직변위.

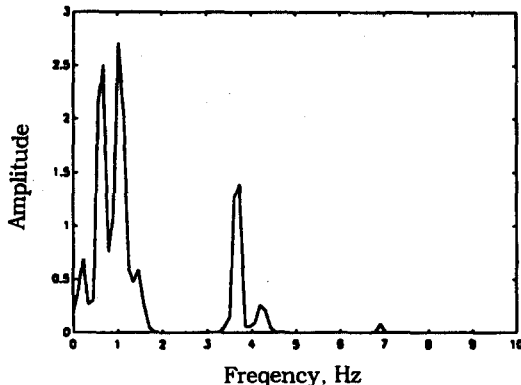


그림 7. TMD 설치전 3경간 교량 중앙점의 연직변위에 대한 FFT 결과.

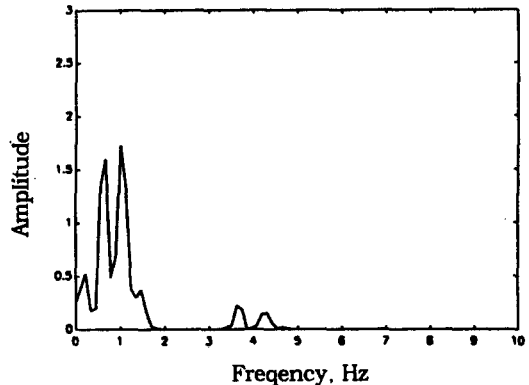


그림 9. TMD 설치후 3경간 교량 중앙점의 연직변위에 대한 FFT 결과.

의 결과를 살펴 보면 교량의 첫번째 모드에 의한 응답이 크게 감소하였고, 교량의 강제진동을 나타내는 저차진동수 부분의 응답도 어느 정도 감소하였다.

지금까지 살펴본 바와 같이 수동형 진동제어 장치인 동조질량 감쇠장치는 다른 형태의 진동제어 장치와 달리 외부 동력이 필요치 않고, 수명이 영구적이며 유지관리가 수월한 장점이 있으나 제어력이 다소 떨어지는 단점이 있다. 따라서 동조질량 감쇠장치에 초기 변위나 속도를 도입하여 제어력을 더 크게함으로써 진동 감소효과를 증대시킬 수 있는 일종의 준능동형(Semi-active type) 진동제어 장치를 사용하는 것도 좋은 진동제어 방법일 것이다.

#### 4.5 탑승자의 승차감

차량에 탑승하고 있는 사람의 승차감에 미치는 영향을 살펴보기 위해서는 차량의 가속도 변화를 파악해야 한다. 아래의 그림 10, 11은 객차부분의 첫번째 차량에 해당하는 차체와 바퀴의 절대 가속도를 시간에 따라 나타낸 그림이며, TMD 설치 전·후의 결과

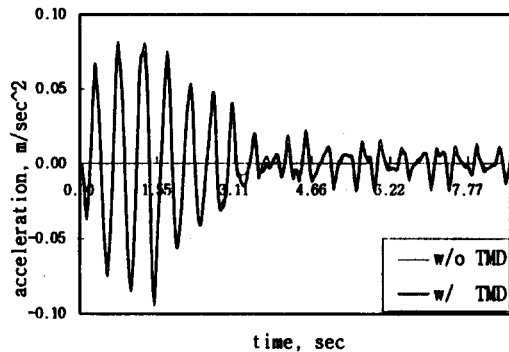


그림 10. 차체의 가속도.

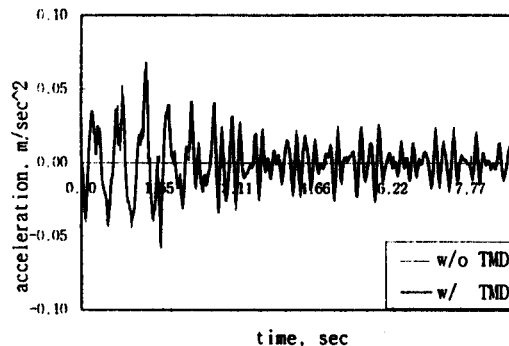


그림 11. 바퀴의 가속도.

를 같이 도시하였다. 그림을 통해 TMD 설치전후의 가속도가 크게 변화하지 않음을 알 수 있는데, 이는 각 차량의 교량 통과시간이 상당히 짧아서 TMD의 영향을 충분히 받을 수 없기 때문이며 TMD를 사용한 경우 탑승자의 승차감은 크게 향상되지 않는다는 사실을 알 수 있다. 지진의 경우와 같이 가진시간이 상당히 길어지면 진동제어 효과가 증가하게 되고 가속도의 감소에도 좋은 결과를 얻을 수 있다. 그러므로 탑승자의 승차감을 향상시키기 위해서는 차체나 바퀴부분의 강성이나 감쇠값을 증가시키거나 진동을 감소시킬 수 있는 형태의 선로구조물을 가설하는 방법을 채택하는 것이 좋은 방법이다

#### 5. 결 론

본 논문에서는 TGV 고속철도 차량을 2자유도계 시스템으로 모델링하여 3경간 교량의 응답을 구하였고, 이러한 동적응답을 감소시키기 위해 설치된 동조질량 감쇠장치의 효율성을 입증하였다. 본문의 수치 해석 결과에서 살펴본 바와 같이 본 논문은 다음과 같은 특징을 가지고 있다.

첫째, 현재 건설중인 고속철도 차량을 질량과 감쇠장치 및 스프링으로 구성된 2자유도계 시스템으로 모델링하여 실제 고속철도 교량의 동적거동을 파악하였다.

둘째, TGV가 통과하는 경우 고속철도 교량의 설계 속도보다 작은 속도에서 더 큰 응답을 갖는 준임계속도가 존재하였다.

세째, 3경간 교량에 동조질량 감쇠장치를 설치한 결과, TGV에 의한 교량 중앙점의 최대변위가 약 21% 감소하였고 자유진동이 빠르게 감소하였다.

본 논문에서는 고속철도가 통과하는 실제 교량의 응답 특성을 규명한 후, 동조질량 감쇠장치가 설치된 교량의 거동특성을 해석적수치적 방법을 통하여 해석함으로써 동조질량 감쇠장치의 효율성을 입증하였다.

#### 참고문헌

1. Fryba, L., *Vibration of Solids and Structures under Moving Loads*, Noordhoff International Publishing, Groningen, The Netherlands, 1972.
2. Hartog, D., *Mechanical Vibration*, Dover Pub-

lications Inc., 1985.

3. Tsai, H.C., "Greens Function of Support-Excited Structures with Tuned Mass Dampers Derived by A Perturbation Method," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 22, 975-990, 1993.
4. Cai, Y., Chen, S.S., Rote, D.M. and Coffey, H. T., "Vehicle/Guideway Interaction for High Speed Vehicles on A Flexible Guideway," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 175, No. 5, 625-646, 1994.
5. Hayashikawa, T., and Watanabe, N., "Dynamic Behavior of Continuous Beams with Moving Loads," *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 107, No. EM1, 229-246, 1981.
6. Biggs, J.M., *Introduction to Structural Dynamics*, McGraw-Hill Inc., 1982.

(接受: 1996. 2. 2)