

# 이동하중을 받는 교량의 진동제어를 위한 개선된 동조질량감쇠시스템

## Improved Tuned Mass Damper System for Vibration Control of Bridges under Moving Loads

조지성\*, 김병완\*\*, 장동두\*\*\*, 정길호\*\*\*\*, 이인원\*\*\*\*\*

Ji-Seong Jo\*, Byoung-Wan Kim\*\*, Dong-Doo Jang\*\*\*, Gil-Ho Jung\*\*\*\*, In-Won Lee\*\*\*\*\*

### Abstract

This paper presents a new vibration control of bridges under moving loads using improved tuned mass damper(TMD). Although the conventional TMD has excellent performance in the control of steady-state displacements, it has limitations in the suppression of transient displacements. This paper proposes a TMD system combined with king-post to efficiently control both steady-state and transient displacements.

To show the efficiency of the proposed TMD, a simple span bridge is considered. The midpoint vertical responses are investigated before and after the installation of proposed TMD. The results of the proposed TMD are also compared with those of the conventional TMD and the king-post system.

*Key words* : Moving Loads, Vibration Control of Bridges, Tuned Mass Damper Combined with King-Post

### 요 지

본 논문은 개선된 동조질량감쇠장치를 이용하여 교량의 진동을 제어하는 방법을 제시한다. 기존의 동조질량감쇠장치는 비록 자유진동변위의 제어에는 매우 훌륭한 성능을 발휘하지만 초기변위의 제어에는 큰 효과를 나타내지 못하는 한계가 있다. 본 논문은 자유진동변위 뿐 아니라 초기변위를 효과적으로 제어하기 위해 king-post와 결합된 형태의 개선된 동조질량감쇠장치를 제안한다. 제안된 장치의 효율성을 증명하기 위해 단경간 교량에 대해 수치예제를 수행하였다. 제안 장치의 설치 후의 교량 중앙점에서의 응답을 기존의 동조질량감쇠장치 및 king-post 설치 후의 응답과 비교함으로써 제안 장치의 성능을 증명하였다.

**핵심용어** : 이동하중, 교량의 진동제어, king-post와 결합된 동조질량감쇠장치

---

\* (주)건우씨엔씨 팀장  
\*\* 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 박사후 연구원  
\*\*\* (주)티이솔루션 사원  
\*\*\*\* 국립방재연구소 연구3팀장  
\*\*\*\*\* 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 교수

# 1. 서론

최근 토목분야에서 설계 및 시공기술의 발달과 재료적 특성으로 인해 많은 토목 구조물들이 경량화 및 유연화되고 있다. 이로 인해 구조물은 이동하중과 같은 동적하중에 더욱 취약해졌으며, 운송 수단의 대형화와 고속화로 이러한 문제의 심각성이 증대하고 있다. 운송 수단의 대형화, 고속화 및 장경간 교량의 가설 증대로 더욱 심각해진 이동하중의 동적효과는 정적하중에 비해 충격으로 인한 교량 내부의 최대응력을 과도하게 증가시켜 구조물의 안전문제를 야기시킨다. 또한 교량진동으로 발생된 과도한 처짐은 피로의 효과를 증대시키고 구조물의 사용성을 저하시킨다. 따라서 안전성과 사용성을 높이기 위해 교량의 응답을 감소시키기 위한 방법으로 진동제어장치를 이용한 방법을 고려할 수 있다.

많은 제어장치 중에서 동조질량감쇠장치(Tuned Mass Damper)가 널리 사용되고 있다. 권호철 등 [1]은 이동하중을 받는 교량의 진동제어를 위한 동조질량 감쇠장치의 적용성을 이론적, 수치적 해석을 통해 증명하였다. 하지만 기존의 동조질량 감쇠장치는 자유진동변위를 제어하는 데 있어 훌륭한 성능을 발휘하지만 초기변위를 제어하는 데 있어서는 큰 효과를 나타내지 못하는 한계가 있다. 본 논문에서는 자유진동변위 뿐 아니라 초기변위까지 효과적으로 제어할 수 있도록 king-post [2, 3]와 결합된 형태의 개선된 동조질량감쇠장치를 제안한다.

제 2장에서는 이동하중을 받는 교량의 운동방정식을 구성하는 과정을 다루고 있으며, 제 3장에서는 제안 장치가 설치된 교량의 운동방정식을 유도하고 있다. 제안 장치의 성능은 제 4장에서의 수치해석을 통해 증명하였다.

# 2 이동하중을 받는 교량의 운동방정식 [4]

본 장에서는 이동하중을 받는 교량의 운동방정식과 동적응답을 유도하고 있다. 수치적인 해석방법을 적용할 수 있도록 유도된 운동방정식을 행렬형태로 표현하였다. 이 과정을 위하여 다음과 같은 가정을 도입하였다: (1) 교량은 등가의 강성을 갖는 Bernoulli-Euler보로 이상화하였다; (2) 이동하중은 일정한 속도로 이동한다. 그림 1에서 EI 와 m 은 교량의 휨강성과 단위길이 당 질량을, Pw 와 v 는 이동하중의 크기와 이동속도를 나타낸다.

교량의 운동방정식은 다음과 같다.

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + c \frac{\partial y}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F(x,t) \tag{1}$$

여기서 c는 교량의 감쇠값을 의미하고, F(x,t)는 교량에 가해지는 힘을 의미한다. 동적응답을 구하기 위해 교량의 연직 변위를 다음과 같이 직교모드와 일반좌표계의 향으로 표현할 수 있다.

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^n q_i(t) \phi_i(x), \quad \phi_i(x) = \sin \frac{i\pi x}{L} \quad (i=1,2,\dots,n) \tag{2}$$

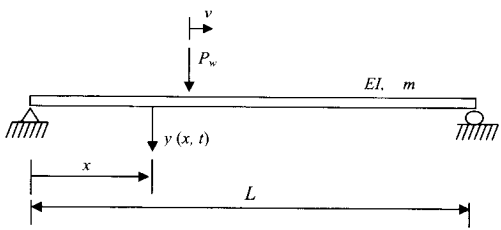


그림 1. 이동하중 하의 교량

여기서  $\varphi_i(x)$ 는  $i$  번째 고유함수를,  $n$ 은 고려한 모드의 수를 나타낸다. 교량의 경계조건을 적용한 후 식 (2)를 (1)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\ddot{q}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = \frac{2}{mL} \int_0^L F(x,t) \varphi_i(x) dx \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3)$$

이 때

$$\omega_i = \left(\frac{i\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (4)$$

여기서  $\zeta_i$ 는 교량의 각 모드별 감쇠계수를,  $\omega_i$ 는  $i$  번째 고유진동수를 나타낸다. 이동하중은 일정한 속도로 교량 위를 이동하므로 하중  $F(x,t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$F(x,t) = P_w \delta(x-vt) \quad (5)$$

식 (5)를 식 (3)에 대입한 후 행렬 형태로 정리하면 다음과 같은 운동방정식이 구해진다.

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = Q \quad (6)$$

여기서

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2\zeta_1 \omega_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2\zeta_2 \omega_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 2\zeta_n \omega_n \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \omega_n^2 \end{bmatrix}, \quad Q = \frac{2P_w}{mL} N_v,$$

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}, \quad N_v = \begin{bmatrix} \sin \frac{\pi vt}{L} \\ \sin \frac{2\pi vt}{L} \\ \vdots \\ \sin \frac{n\pi vt}{L} \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서  $M, C, K$ 는 교량의 질량, 감쇠, 강성 행렬을 뜻하고,  $Q$ 는 하중벡터를,  $q$ 는 시스템의 총 자유도를 의미한다. 식 (6)은 직접적분법을 이용해 계산할 수 있다[5].

### 3. 제안장치가 설치된 교량의 운동방정식

본 장에서는 제안된 제어장치가 설치된 교량의 운동방정식을 유도하는 과정을 다루고 있다. 제안장치는 동조질량감쇠장치와 king-post로 구성되어 있으며, 교량의 응답이 최대가 되는 교량의 중앙점에 설치하였다. 그림 2는 제안장치가 설치된 교량을 나타낸다. 그림 2에서  $m_z, c_z, k_z, H, a$ 는 동조

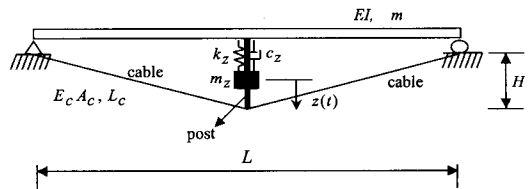


그림 2. 제안 장치가 설치된 교량

질량감쇠장치의 질량, 감쇠값, 강성값, post의 높이, post와 케이블 사이의 각 등을 각각 나타내며,  $E_c$ ,  $A_c$ ,  $L_c$  는 케이블의 탄성계수, 단면적, 길이를 의미한다.

제안장치가 설치된 교량의 운동방정식을 유도하기 위해서는 먼저 2장에서 유도된 차량과 교량의 운동방정식에 제안장치와 교량의 관계를 나타내는 운동방정식을 추가해야 한다. 이 때 새롭게 추가된 운동방정식에는 동조질량감쇠장치의 관성력을 고려해야 한다. 식 (8)은 교량과 제안장치사이의 거동을 나타내는 운동방정식이다.

$$m_z \ddot{z}(t) + c_z (\dot{z}(t) - \dot{y}(L/2, t)) + k_z (z(t) - y(L/2, t)) = 0 \quad (8)$$

제안장치가 설치된 경우 교량의 중앙점에 설치된 동조질량감쇠장치의 질량의 관성력과 king-post에 의한 상향력이 교량의 중앙에 작용하고, 차량이 통과하는 위치에 차량의 하중이 작용하므로, 이를 고려하여 교량의 운동방정식의 하중 항에 반영하면 식 (9)와 같다.

$$F(x, t) = P_w \delta(x - vt) + (m_z g - m_z \ddot{z} \delta(x - L/2) - 2T \cos \alpha \cdot \delta(x - L/2)) \quad (9)$$

여기서  $T$  는 케이블의 장력을 의미하며, 다음과 같은 기하학적 적합조건을 이용하여 유도할 수 있다.

$$y(L/2, t) \cdot \cos \alpha = \frac{TH}{E_c A_c \cos \alpha} \quad (10)$$

식 (10)과  $y(L/2, t) = \sum_{i=1}^n q_i(t) \sin \frac{i\pi}{2}$  임을 이용하면 다음과 같이  $T$  가 유도된다.

$$T = \frac{E_c A_c \cos^2 \alpha}{H} N^T q, \quad N = \begin{Bmatrix} \sin \frac{\pi}{2} \\ \sin \frac{2\pi}{2} \\ \vdots \\ \sin \frac{n\pi}{2} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

식 (11)을 식 (9)에 대입하여 정리한 후, 이를 다시 교량의 운동방정식 (3)에 대입하면 제안장치가 설치된 교량의 운동방정식이 유도된다. 이를 동조질량감쇠장치의 운동방정식 (8)과 결합하여 행렬 형태로 표현하면, 다음과 같은 전체시스템의 최종적인 운동방정식이 구해진다.

$$\bar{M} \ddot{\bar{q}} + \bar{C} \dot{\bar{q}} + \bar{K} \bar{q} = \bar{Q}, \quad (12)$$

where

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} I_{non} & M_{12} \\ 0_{non} & m_z \end{bmatrix}, \quad M_{12} = \frac{2m_z}{mL} N$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & 0_{nd} \\ C_{21} & c_z \end{bmatrix}, \quad C_{11} = \text{diag}(2\zeta_i \omega_i) \quad (i=1, 2, \dots, n), \quad C_{21} = -c_z N^T$$

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K_{11} & 0_{nd} \\ K_{21} & k_z \end{bmatrix}, \quad K_{11} = \text{diag}(\omega_i^2) + \frac{4E_c A_c}{mLH} \cos^3 \alpha N N^T \quad (i=1, 2, \dots, n),$$

$$K_{21} = -k_z N^T, \quad \bar{Q} = \frac{2}{mL} \left[ P_w \begin{Bmatrix} N_w \\ 0 \end{Bmatrix} + m_z \begin{Bmatrix} N \\ 0 \end{Bmatrix} \right], \quad \bar{q} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \\ z \end{Bmatrix}$$

식 (12)는 2장에서와 마찬가지로 직접적분법에 의해 계산할 수 있다.

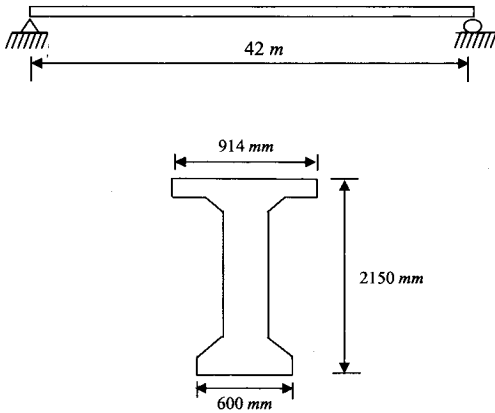
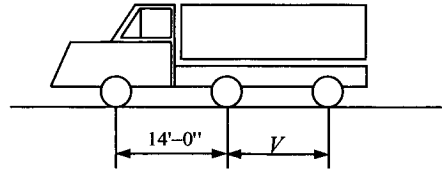
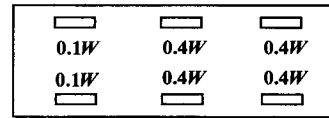


그림 3. 교량의 제원 및 단면형상



$V$  (variable spacing) = 14' ~ 30'



$W$  = weight

#### 4. 수치예제

본 장에서는 경부고속도로에 위치해 있는 금호대교를 해석 대상 구조물로 하여 제안 장치의 효율성을 보이기 위한 수치예제를 수행하였다. 제안 장치의 효율성을 입증하기 위해 제어 장치가 설치된 교량의 응답을 제어하지 않은 경우, 동조질량감쇠장치만이 설치된 경우, king-post만이 설치된 경우의 교량 응답과 비교하였다. 해석 대상 교량의 형상과 물성치를 그림 3과 표 1에 제시하였다. 수치 예제에서 이동하중은 도로교설계기준[6]에서 규정한 1등급 교량에 대한 설계차량하중 DB-24를 이용하였다. 이 차량하중은 그림 4에서 도시한 바와 같이 길이방향으로 3 개, 직각방향으로 2개의 바퀴가 있는 트럭하중이다. 차량하중의 속도는 교량의 응답

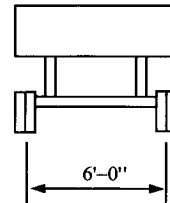


그림 4. 차량하중(DB-24)

이 최대가 되도록 하는 속도(임계속도)로 설정하였다. 그림 5는 속도에 따른 교량 중앙점의 최대 연직변위를 나타내고 있고, 그림 5로부터 진동제어를 수행할 차량 속도를 임계속도 74 km/h 로 설정하였다.

동조질량감쇠장치는 크게 질량과 감쇠장치 및 스

표 1. 교량의 물성치

elastic modulus ( $N/m^2$ )	mass density ( $kg/m^3$ )	damping ratio (%)	section area ( $m^2$ )	section inertia ( $m^4$ )
$2.94 \times 10^{10}$	2,096	0.6	0.3162	0.1551

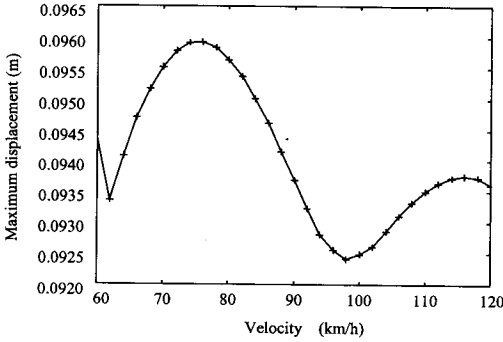


그림 5. 차량 속도와 교량 중앙점의 최대 연직변위

프링 등의 3부분으로 구성되어 있으며, 이를 구조물의 응답에 가장 주된 영향을 주는 모드에 동조시켜 응답을 감소시키고자 하는 위치에 설치한다. 주 구조물과 동조질량 감쇠장치의 진동수를 동조시키는 방법은 다음 식과 같은 Warburton[7] 과 Yamaguchi[8]의 연구결과에 따랐다.

$$\omega_z = \frac{\omega_1 \sqrt{1 + \varepsilon_z / 2}}{1 + \varepsilon_z}, \quad \varepsilon_z = \frac{m_z}{mL} \quad (14)$$

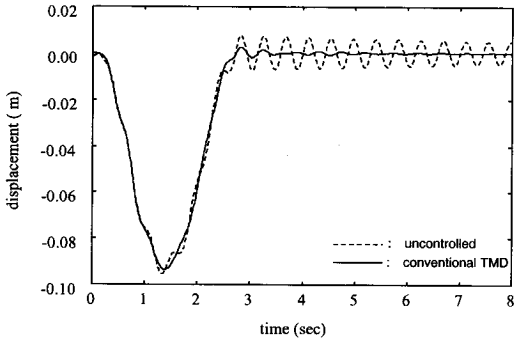
$$\left(\frac{c_z}{c_c}\right)^2 = \frac{\varepsilon_z(1 + 3\varepsilon_z/4)}{4 + 6\varepsilon_z}, \quad c_c = 2m_z\omega_n \quad (15)$$

여기서  $\omega_1$ 와  $\omega_n$ 는 동조질량감쇠장치와 구조물의 고유진동수이고,  $c_z$ 과  $c_c$ 는 각각의 감쇠값이다. 동조질량 감쇠장치와 교량의 질량비( $\varepsilon_z$ )는 일반적으로 0.01~0.04의 값을 사용하는데, 본 연구에서는 0.03을 선택하였다. King-post의 높이는 4 m로 하였고, 케이블의 질량은 무시하였다.

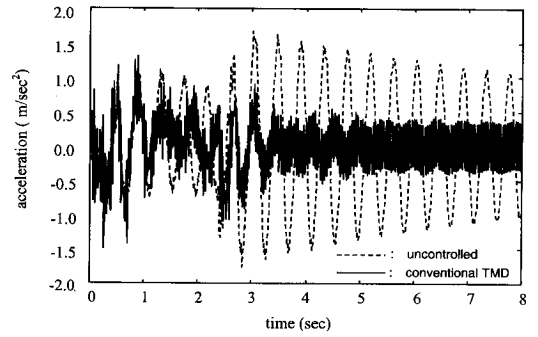
동조질량감쇠장치, king-post, 제안 장치가 설치된 경우에 대해 74km/h의 차량하중이 이동하는 교량의 중앙점에서의 연직변위를 제어하지 않은 경우

와 함께 그림 6에 도시하였다. 최대 변위는 제어하지 않은 경우, 동조질량감쇠장치만을 설치한 경우, king-post만을 설치한 경우, 제안장치를 설치한 경우에 대해 각각 0.0955m, 0.0936m, 0.0651m, 0.0622m였다. 제어하지 않은 경우에 비해 동조질량감쇠장치를 설치한 경우 2.0%의 감소효과를 보였고, king-post를 설치한 경우 31.8%, 제안장치를 설치한 경우 34.9%의 감소효과가 나타났다. 그림에서 보는 바와 같이 차량하중에 의한 교량의 진동은 크게 차량이 지나가고 있을 때의 초기변위와 지나가고 난 후의 자유진동변위의 두 부분으로 나눌 수 있다. 동조질량 감쇠를 이용할 경우 그림 6(a)에 도시된 바와 같이 자유진동 변위의 제어는 훌륭하지만 초기변위의 제어에는 큰 효과가 없었다. 반대로 king-post를 이용할 경우 초기변위의 제어는 훌륭하지만 자유진동 변위의 제어 효과는 그리 크지 않았다(Fig. 6(b)). 그러나 제안장치가 설치된 경우 초기 변위와 자유진동 변위가 동시에 감소됨을 알 수 있다(Fig. 6(c)).

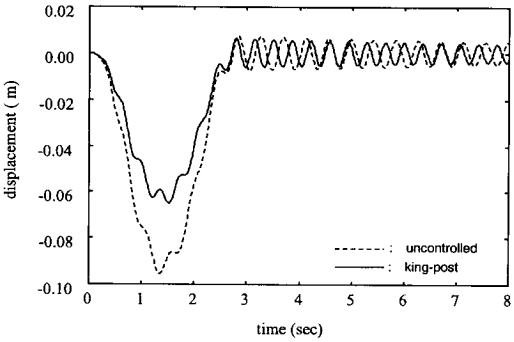
그림 7에서는 교량 중앙점에서의 연직 가속도를 변위의 경우와 마찬가지로 동조질량감쇠장치, king-post, 제안 장치가 설치된 교량에 대해 제어하지 않은 경우와 함께 도시하였다. 제어하지 않은 경우 최대가속도는 1.7710 m/sec<sup>2</sup> 이었고 동조질량 감쇠장치가 설치된 경우, 1.4996 m/sec<sup>2</sup>, king-post가 설치된 경우 2.0733 m/sec<sup>2</sup>, 제안 장치가 설치된 경우 1.3310 m/sec<sup>2</sup>였다. RMS(Root Mean Square) 값은 각각의 경우에 대해 0.8443 m/sec<sup>2</sup>, 0.3781 m/sec<sup>2</sup>, 1.0049 m/sec<sup>2</sup>, 0.3780 m/sec<sup>2</sup>였다. 최대 가속도의 경우 제어하지 않은 경우에 비해 각각 15.3%, -17.0%, 24.8% 감소하였고, RMS 값에 대해서는 55.2%, -19.0%, 55.8%가 감소하였다. 제안장치에 의한 초기가속도의 감소효과는 초기변위의 감소효과에 비해 작았지만 자유진동가



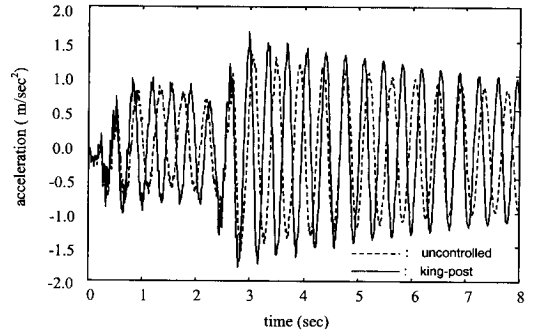
(a) 동조질량감쇠장치



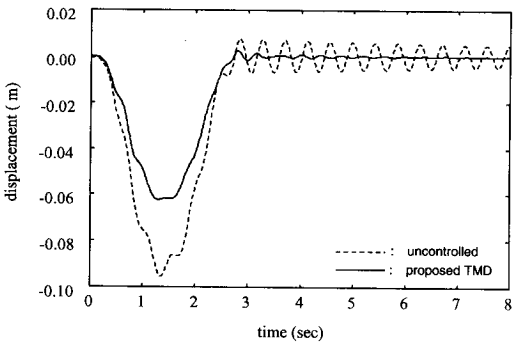
(a) 동조질량감쇠장치



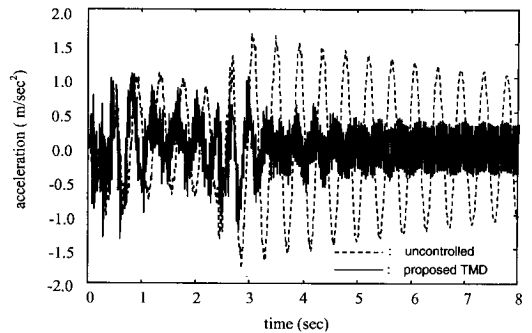
(b) king-post



(b) king-post



(c) 제안장치



(c) 제안장치

그림 6. 교량 중앙점의 연직변위

그림 7. 교량 중앙점의 연직가속도

표 2 결과 요약

	uncontrolled	TMD	King-Post	Proposed
Max. displacements (m)	0.0955	0.0936 (2.0%)	0.0651 (31.8%)	0.0622 (34.9%)
Max. accelerations (m/sec <sup>2</sup> )	1.7710	1.4996 (15.3%)	2.0733 (-17.0%)	1.3310 (24.8%)
RMS accelerations (m/sec <sup>2</sup> )	0.8443	0.3781 (55.2%)	1.0049 (-19.0%)	0.3730 (55.8%)

( ) : reduction ratio

속도와 RMS 값에서 탁월한 감소효과를 보였다. 이상의 결과들을 표 2에 정리하였다.

## 5. 결론

본 논문에서는 교량의 진동을 제어하기 위해 king-post와 결합된 형태의 개선된 동조질량감쇠장치를 제안하였다. 수치해석 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 제안장치는 기존의 동조질량감쇠장치에 king-post를 결합함으로써 자유진동변위뿐만 아니라 초기변위까지 효율적으로 제어할 수 있다.

(2) 제안장치는 기존의 동조질량감쇠장치, king-post에 비해 변위와 가속도의 제어성능이 더욱 우수하다.

## References

1. Kwon HC, Kim MC, Lee IW. Vibration control of bridges under moving loads. *Computers and Structures* 1988, 66(4), pp.473-480.
2. Abdel-Mooty M, Roorda J. Optimal configuration of active-control mechanism. *ASCE Journal of Engineering Mechanics* 1994,

- 120(3), pp.535-555.
3. Cha JZ, Pitarresi JM, Soong TT. Optimal design procedures for active structures. *ASCE Journal of Structural Engineering* 1988, 114(12), pp.2710-2723.
4. Biggs JM. *Introduction to structural dynamics*. New-York, McGraw-Hill, 1982.
5. Bathe KJ. *Finite element procedures*. New Jersey, Prentice Hall, 1996.
6. 한국도로교통협회, 도로교설계기준, 2000.
7. Warburton GB. Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 1982, 10, pp.381-401.
8. Yamaguch. A few remarks on optimum design of tuned mass damper. *Proceedings of 3rd East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction* 1991, pp.1413-1418.